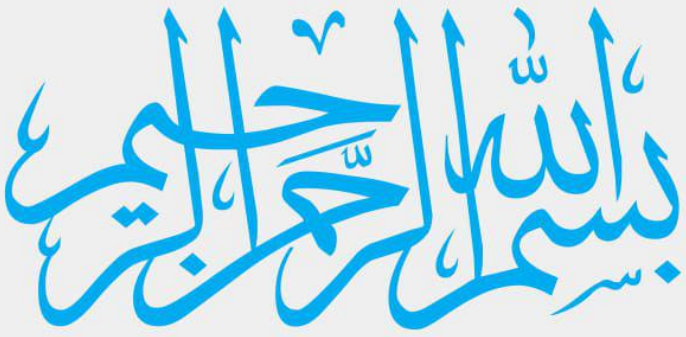

بسم الله الرحمن الرحيم

پیش‌گفتار مؤلف

کتاب پیش رو با یاری پروردگار و بهره‌گیری از تجربیات شخصی اینجانب ناشی از سال‌ها تدریس در دانشگاه‌ها و مؤسسات آموزش عالی به‌صورت جامع و با هدف بی‌نیاز شدن دانشجویان و داوطلبان گرامی از کتب گوناگون تألیف شده است.

محتوای کتاب حاضر که دارای جمع‌بندی بسیار مفید می‌باشد، شامل ویژگی‌های زیر است:

- ✓ ارائه درسنامه کاربردی،روان و مفید به‌صورت تکنیکی و طبقه‌بندی شده
- ✓ ارائه روابط مهم و پرکاربرد جهت جمع‌بندی در انتهای هر فصل
- ✓ شامل سؤالات آزمون‌های کارشناسی ارشد و دکتری (سراسری، آزاد و تألیفی)
- ✓ ارائه پاسخ‌های روان و کاملاً تشریحی برای تمرین‌های داخل متن درس و سؤالات انتهای هر فصل
- ✓ همراه با سؤالات تکمیلی در قالب روش ابتکاری «چراجویی» مؤلف
- ✓ حل تمارین متنوع و جامع موضوعی در داخل درسنامه به‌صورت «مکمل»
- ✓ آزمون‌های طبقه‌بندی شده و استاندارد در انتهای هر یک از فصول
- ✓ تعیین درجه سختی تمام سؤالات پایان فصل کتاب در چهار سطح ساده، متوسط، دشوار و استقامتی
- ✓ قابل استفاده برای دانشجویان مقطع کارشناسی، کارشناسی ارشد و دکتری رشته عمران، مکانیک، معدن و...

ارزش این اثر به خاطر همراهی و یاری افرادی است که در به ثمر رسیدن آن اینجانب را یاری نموده‌اند از تمام این عزیزان و به ویژه همکارانم در انتشارات عمران پایه کمال تقدیر را دارم. امید است خوانندگان محترم با ارسال انتقادات و پیشنهادات خود به آدرس omranpaye@gmail.com در جهت هرچه بهتر شدن کیفیت این کتاب ما را یاری کنند.

پنام زرفام

فهـــــرست

فصل اول: اعضای محوری

موضوع ۱: تغییر شکل محوری اعضای محوری و مفهوم انرژی کرنشی..... ۷
موضوع ۲: تحلیل سازه‌های ایزواستاتیک (معین) محوری..... ۱۲
موضوع ۳: بررسی سازه‌های هیپراستاتیک (نامعین) محوری با روش سازگاری..... ۱۵
موضوع ۴: تحلیل سازه‌های محوری هیپراستاتیک (نامعین) با روش مدل‌سازی با فنر..... ۲۳
موضوع ۵: بررسی و تحلیل میله‌های محوری نامعین با روش تشابه تیر..... ۳۷
موضوع ۶: بررسی تاثیر حرارت روی تغییرشکل سازه‌های محوری (معین و نامعین)..... ۴۱
موضوع ۷: بررسی تاثیر خطای ساخت بعد از نصب اعضا در سازه‌های محوری..... ۴۷
موضوع ۸: بررسی کمانش اعضای محوری تحت فشار..... ۵۵
آزمون فصل اول..... ۵۷
مرور فصل اول..... ۶۱

فصل دوم: تحلیل تنش - کرنش

موضوع ۱: مفهوم تنش و کرنش..... ۶۴
موضوع ۲: قانون هوک..... ۶۷
موضوع ۳: حالت کلی قانون هوک..... ۷۰
موضوع ۴: کرنش‌های سطحی و حجمی..... ۷۵
موضوع ۵: تبدیلات تنش..... ۸۴
موضوع ۶: تبدیلات کرنش..... ۸۹
موضوع ۷: دایره مور..... ۹۳
موضوع ۸: بررسی تنش در المان سه بعدی..... ۱۰۱
موضوع ۹: بررسی تنش در مخازن جدار نازک..... ۱۰۴
آزمون فصل دوم..... ۱۰۸
مرور فصل دوم..... ۱۱۲

فصل سوم: پیچش

موضوع ۱: محاسبهٔ تنش‌های برشی ناشی از پیچش در مقاطع دایروی..... ۱۱۷
موضوع ۲: وضعیت المان تنش در مقطع دایروی تحت پیچش..... ۱۲۰
موضوع ۳: بررسی مفاهیم مقاومت پیچشی، صلبیت پیچشی و سختی پیچشی..... ۱۲۱
موضوع ۴: محاسبه تنش‌های برشی ناشی از پیچش در مقاطع مستطیلی..... ۱۲۳
موضوع ۵: محاسبه تنش‌های برشی ناشی از پیچش در مقاطع جدار نازک باز..... ۱۲۷
موضوع ۶: محاسبه تنش برشی ناشی از پیچش در مقاطع جدار نازک بسته..... ۱۲۹

موضوع ۷: مفهوم و نحوهٔ محاسبه زاویه پیچش در تیرهای معین ۱۴۰
موضوع ۸: تحلیل تیرهای نامعین تحت پیچش (روش معادلات سازگاری)..... ۱۴۴
موضوع ۹: تحلیل تیرهای نامعین تحت پیچش (روش تشابه تیر)..... ۱۴۹
موضوع ۱۰: تحلیل تیرهای نامعین تحت پیچش با روش مدل‌سازی با فنر ۱۵۵
موضوع ۱۱: بررسی پیچش در مقاطع غیرهمگن ۱۵۶
موضوع ۱۲: بررسی اتصالات تحت پیچش ۱۶۰
آزمون فصل سوم ۱۶۳
مرور فصل سوم ۱۶۷

فصل چهارم: خمش

موضوع ۱: آشنایی با مشخصات هندسی مقاطع ۱۷۱
موضوع ۲: مفاهیم کلی خمش در مقاطع همگن..... ۱۷۵
موضوع ۳: محاسبه مقاومت خمشی یک مقطع ۱۸۲
موضوع ۴: بررسی انحنا در مقاطع تحت خمش..... ۱۸۳
موضوع ۵: محاسبهٔ نیرو و لنگر خمشی تحمل شده توسط قسمتی از یک مقطع ۱۹۲
موضوع ۶: تغییرات ابعاد هندسی تحت خمش..... ۱۹۶
موضوع ۷: بررسی مقاطع غیرهمگن تحت خمش ۲۰۰
موضوع ۸: خمش دو محوره و ترکیب نیروی محوری و لنگر خمشی..... ۲۰۶
آزمون فصل چهارم ۲۲۰
مرور فصل چهارم..... ۲۲۵

فصل پنجم: برش

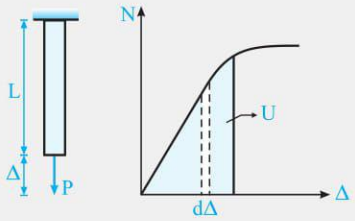
موضوع ۱: رابطه اولیه برش و تنش برشی ماکزیمم در مقاطع معروف..... ۲۳۰
موضوع ۲: محاسبه تنش برشی در مقاطع جدار نازک تحت برش ۲۳۷
موضوع ۳: جریان برش در مقاطع جدار نازک..... ۲۴۵
موضوع ۴: محاسبه نیروی برشی تحمل شده در یک قسمت از مقطع..... ۲۴۷
موضوع ۵: مرکز برش..... ۲۵۰
موضوع ۶: محاسبه ظرفیت برشی مقطع ۲۵۵
موضوع ۷: محاسبهٔ تنش برشی در مقاطع غیرهمگن..... ۲۵۶
موضوع ۸: تحلیل اتصالات برشی ۲۵۹
موضوع ۹: ترکیب تنش..... ۲۶۹
آزمون فصل پنجم..... ۲۷۹
مرور فصل پنجم..... ۲۸۵
سؤالات آزمون‌های کارشناسی ارشد و دکتری..... ۲۸۹

فصل اول:
اعضای محوری

- موضوع ۱: تغییرشکل محوری اعضای محوری و مفهوم انرژی کرنشی
- موضوع ۲: تحلیل‌سازه‌های ایزواستاتیک (معین) محوری
- موضوع ۳: بررسی سازه‌های هیپراستاتیک (نامعین) محوری با روش سازگاری
- موضوع ۴: تحلیل سازه‌های محوری هیپراستاتیک (نامعین) با روش مدل‌سازی با فنر
- موضوع ۵: بررسی و تحلیل میله‌های محوری نامعین با روش تشابه به تیر
- موضوع ۶: بررسی تأثیر حرارت روی تغییرشکل سازه‌های محوری (معین و نامعین)
- موضوع ۷: بررسی تأثیر خطای ساخت بعد از نصب اعضاء در سازه‌های محوری
- موضوع ۸: بررسی کمانش اعضای محوری تحت فشار

انرژی کرنشی

به انرژی ذخیره شده در یک عضو که در اثر اعمال بار و تغییرشکل عضو به‌وجود می‌آید، انرژی کرنشی آن عضو گفته می‌شود. مطابق شکل در نمودار نیرو - تغییرمکان، انرژی کرنشی برابر با سطح زیر نمودار نیرو - تغییرمکان می‌باشد. به عبارت دیگر داریم:



$$U = \int N d\Delta$$

در ناحیه الاستیک خطی، نمودار نیرو - تغییرمکان به‌صورت تابع خطی می‌باشد. بنابراین برای یک میله با صلبیت محوری EA و طول L داریم:

$$U = \int N d\Delta = \int \frac{EA}{L}\Delta\, d\Delta = \frac{1}{2}\frac{EA}{L}\Delta^2$$

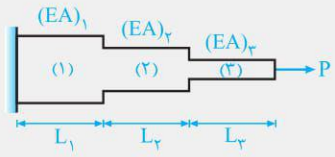
از طرفی مقدار Δ برابر است با:

$$\Delta = \frac{NL}{EA}$$

در نهایت صورت دیگر انرژی کرنشی عبارت است از:

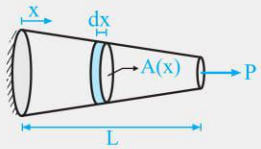
$$U = \frac{1}{2}\frac{EA}{L}\Delta^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{N^2L}{EA}$$

بنابراین اگر چند میله در اختیار داشته باشیم، برای به‌دست آوردن انرژی کرنشی کل، لازم است انرژی کرنشی هر یک از میله‌ها را جداگانه به‌دست آورده و سپس با هم جمع نمائیم. به‌عنوان مثال در شکل‌های زیر داریم:



$$U_{کل} = \sum_{i=1}^{3} u_i = \sum_{i=1}^{3} \frac{1}{2}\left(\frac{N^2L}{EA}\right)_i$$

$$= \frac{1}{2}\times\left(\frac{P^2L_1}{(EA)_1} + \frac{P^2L_2}{(EA)_2} + \frac{P^2L_3}{(EA)_3}\right)$$



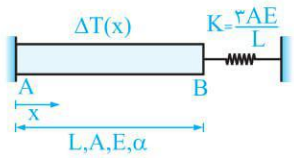
$$U_{کل} = \int_0^L \frac{N(x)^2 dx}{2EA(x)} = \int_0^L \frac{P^2 dx}{2EA(x)}$$

همچنین برای یک فنر به سختی k مطابق شکل داریم:

$$U = \frac{1}{2}k\Delta^2 = \frac{1}{2}\times\frac{P^2}{k}$$

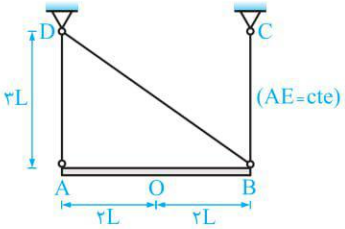
آزمون فصل اول

۱- اگر تغییرات دما در طول عضو AB به صورت $\Delta T(x) = T_0(\frac{x}{L})^2$ باشد. نیروی ایجاد شده در فنر انتقالی کدام است؟



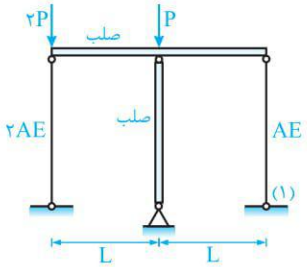
۱) $\frac{1}{4}AE\alpha T_0$
۲) $AE\alpha T_0$
۳) $\frac{4}{3}AE\alpha T_0$
۴) $\frac{1}{3}AE\alpha T_0$

۲- تیر صلبی به وزن W توسط سه میله با جنس و سطح مقطع یکسان به صورت شکل زیر نگهداری می‌شود. نسبت تغییر مکان افقی به عمودی در نقطهٔ O وسط میلهٔ صلب کدام است؟



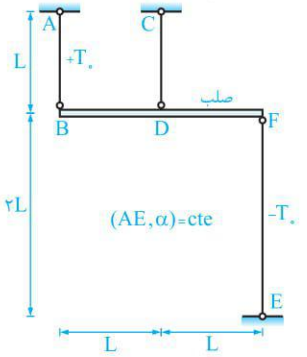
۱) $\frac{3}{4}$
۲) $\frac{4}{3}$
۳) $\frac{3}{5}$
۴) $\frac{4}{5}$

۳- در سازهٔ زیر نیروی میله (۱) به صلبیت محوری AE کدام است؟



۱) صفر
۲) $\frac{P}{3}$
۳) $\frac{2P}{3}$
۴) P

۴- میله‌های AB، CD و EF به‌ترتیب به طول‌های L، L و ۲L و به صلبیت محوری یکسان AE و ضریب انبساط حرارتی α، مطابق شکل، یک میله صلب را به صورت افقی نگهداری می‌کنند. در اثر افزایش دمای میلهٔ AB به مقدار (T_0) و کاهش دمای میلهٔ EF به مقدار (T_0) نیروی ایجاد شده درمیلهٔ CD کدام است؟



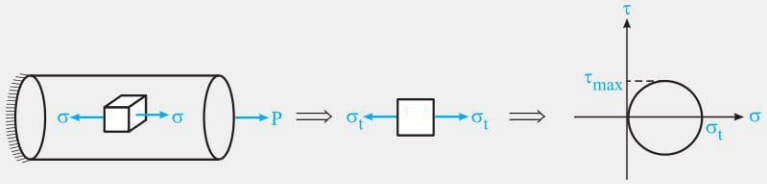
۱) $\frac{3}{7}AE\alpha T_0$
۲) $\frac{2}{7}AE\alpha T_0$
۳) $\frac{4}{7}AE\alpha T_0$
۴) $\frac{6}{7}AE\alpha T_0$

مروری بر روابط و نکات فصل اول - اعضای محوری

تنش در اعضای محوری: برای یک عضو میله‌ای با مقطع ثابت

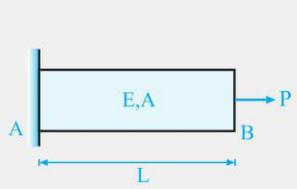
سختی محوری و صلبیت محوری	مقاومت محوری	تنش نرمال
$k_t = \frac{EA}{L}$ EA : صلبیت محوری	$P_{max} = \sigma_{all} \times A$ σ_{all} تنش عمودی مجاز	$\sigma = \frac{P}{A}$

وضعیت المان تنش در اعضای محوری:



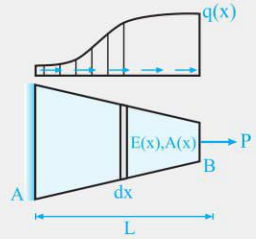
$$|\tau_{max}| = \frac{|\sigma_t|}{2}$$

تغییر شکل محوری اعضاء و انرژی کرنشی محوری



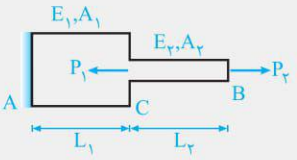
$$\Delta_B = \frac{PL}{EA}$$

$$U_{کل} = \frac{1}{2}\left(\frac{EA}{L}\right)\Delta^2 = \frac{1}{2}\frac{P^2}{k}$$



$$\Delta_B = \int \frac{N(x)dx}{E(x)A(x)}$$

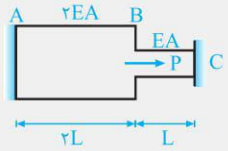
$$U_{کل} = \int \frac{N(x)^2 dx}{2E(x)A(x)}$$

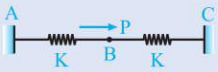
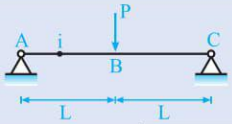
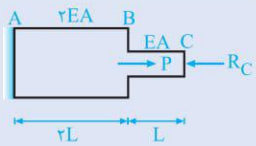


$$\Delta_B = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{NL}{EA}\right)_i$$

$$U_{کل} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{N^2 L}{EA}\right)_i$$

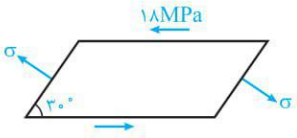
تحلیل سازه‌های محوری نامعین



روش سختی	روش تشابه تیر	روش معادلات سازگاری
 $k_{AB} = k_{BC} = \frac{EA}{L}$ $k_T = k_{AB} + k_{BC} = \frac{2EA}{L}$	 $V_i = N_i$, $\boxed{\Delta_i = \frac{M_i}{EA}}$	 شرط سازگاری : $\Delta_C = 0$

چراجویی: در سؤال قبل مقادیر کرنش‌های اصلی و همچنین حداکثر کرنش برشی را بیابید. (مدول الاستیسیته را E و مدول برشی را G در نظر بگیرید). (پاسخ: $\varepsilon_{max}=\frac{5P}{E}$ ، $\varepsilon_{min}=\frac{P}{E}$ و $\gamma_{max}=\frac{2P}{G}$)

تمرین ۳۹: در المان مسطح مقابل تنش برشی حداکثر صفحه ای بر حسب MPa کدام است؟



۱) $6\sqrt{3}$

۲) $12\sqrt{3}$

۳) $24\sqrt{3}$

۴) $36\sqrt{3}$

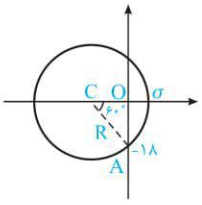
حل:

نکته: صفحه ای که در آن تنش برش وجود نداشته باشد صفحه اصلی می باشد و زاویه صفحه اصلی با صفحه قائم از رابطه مقابل بدست می آید:

$$|\tan 2\theta_1|=\left|\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x-\sigma_y}\right|$$

روش اول: با توجه به اینکه صفحه مورب داده شده تنش برشی نداشته و صفحه اصلی می باشد دایره مور به صورت زیر ترسیم می شود:

در مثلث OAC داریم:



$$\sin 60=\frac{18}{R}\Rightarrow R=12\sqrt{3}$$

شعاع دایره مور نشان دهنده حداکثر تنش برشی می باشد، بنابراین داریم:

$$\tau_{max}=12\sqrt{3}\ \text{MPa}$$

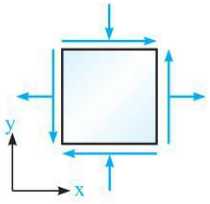
روش دوم: با توجه به نکته ذکر شده در بالا داریم:

$$|\tan(2\times 30)|=\left|\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x-\sigma_y}\right|\Rightarrow \tan 60=\frac{2\times 18}{|\sigma_x-0|}\Rightarrow |\sigma_x|=\frac{36}{\sqrt{3}}$$

$$\tau_{max}=\sqrt{(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2})^2+(\tau_{xy})^2}=\sqrt{(6\sqrt{3})^2+(18)^2}=12\sqrt{3}\Rightarrow \tau_{max}=12\sqrt{3}\ \text{MPa}$$

بنابراین گزینهٔ (۲) صحیح است.

تمرین ۴۰: در المان نشان داده شده در حالت تنجش مسطح، حداکثر کرنش (تنجش) برشی کدام است؟ (سراسری - ۸۸)



$$\begin{cases}\varepsilon_y=A\\ \gamma_{xy}=2A\\ \varepsilon_x=A\end{cases}$$

۱) $2\sqrt{2}\,A$

۲) $\sqrt{2}\,A$

۳) $2A$

۴) $2\sqrt{3}\,A$

حل: مطابق مطالب موضوع (۷) در حالت کرنش مسطح، کرنش برشی حداکثر برابر است با:

$$\gamma_{max} = ۲R$$

در رابطه فوق، R شعاع دایره مور کرنش می‌باشد که به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$R = \sqrt{(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{۲})^۲ + (\frac{\gamma_{xy}}{۲})^۲} = \sqrt{(\frac{A-(-A)}{۲})^۲ + (\frac{۲A}{۲})^۲} = A\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow \gamma_{max} = ۲ \times A\sqrt{۲} = ۲\sqrt{۲}\,A$$

بنابراین گزینهٔ (۱) صحیح است.

چراجویی ۱: در سؤال قبل مقادیر کرنش‌های اصلی را بیابید. (پاسخ: $\varepsilon_{max} = ۲\sqrt{۲}\,A$ و $\varepsilon_{min} = -۲\sqrt{۲}\,A$)

چراجویی ۲: تغییر سطح المان چقدر است؟ (پاسخ: سطح المان تغییر نمی‌کند)

تمرین ۴۱: در نقطه ای از جسمی که وضعیت کرنش مسطح برقرار می باشد، مقادیر کرنش های اندازه گیری شده توسط کرنش سنج هایی برابر است با : $\varepsilon_x = ۵\varepsilon_۰$ ، $\varepsilon_y = -۱۳\varepsilon_۰$ و $\gamma_{xy} = ۲۴\varepsilon_۰$ ، حداکثر کرنش برشی در این نقطه از جسم کدام است؟

۱) $۱۲\varepsilon_۰$ ۲) $۱۵\varepsilon_۰$ ۳) $۱۸\varepsilon_۰$ ۴) $۳۰\varepsilon_۰$

حل: حداکثر کرنش برشی (زاویه‌ای) دوبرابر شعاع دایره مور کرنش بوده و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\gamma_{max} = ۲R = ۲\sqrt{(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{۲})^۲ + (\frac{\gamma_{xy}}{۲})^۲}$$

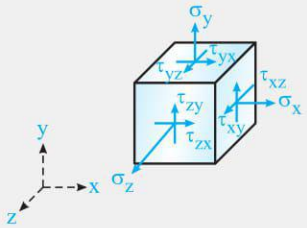
مطابق با رابطه فوق و جایگذاری مقادیر ذکر شده داریم:

$$\gamma_{max} = ۲\sqrt{(\frac{۵\varepsilon_۰ - (-۱۳\varepsilon_۰)}{۲})^۲ + (\frac{۲۴\varepsilon_۰}{۲})^۲} \Rightarrow \gamma_{max} = ۲\sqrt{(۹\varepsilon_۰)^۲ + (۱۲\varepsilon_۰)^۲} = ۳۰\varepsilon_۰$$

بنابراین گزینهٔ (۴) صحیح است.

موضوع ۸: بررسی تنش در المان سه بعدی

۱- المان ۳ بعدی در حالت کلی به‌صورت شکل زیر می‌باشد. چنانچه تنش‌های نشان داده شده روی المـان را در یک ماتریس به‌صورت زیر نشان دهیم به این ماتریس اصطلاحاً تانسور تنش گفته می‌شود.



$$\Rightarrow [\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

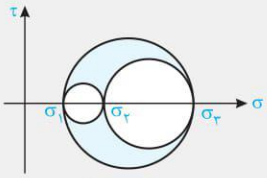
توجه داشته باشید که در این حالت نیز طبق قانون کوشی تنش‌های برشی روی دو سطح متعامد با هم برابـر است به عبارتی در تانسور تنش داریم:

$$\tau_{ij} = \tau_{ji}$$

نکته ۱: می‌توان ثابت کرد که مجموع عناصر روی قطر اصلی تانسور تنش برابر مجموع تنش‌های اصلی در المان می‌باشد.

نکته ۲: در حالت کلی برای محاسبهٔ تنش‌های اصلی در المان باید دترمینان ماتریس $([\sigma_{ij}]-\lambda I)$ را برابر صفر قرار داد و سپس مقادیر ویژه ماتریس $[\sigma_{ij}]$ را به‌دست آورد.

۲- دایره مور المان ۳ بعدی با تنش‌های اصلی σ_1، σ_2 و σ_3 به شکل زیر بوده و نکات زیر را در مورد آن می‌توان مطرح کرد:



$$\tau_{max}=\frac{\sigma_3-\sigma_1}{2}$$

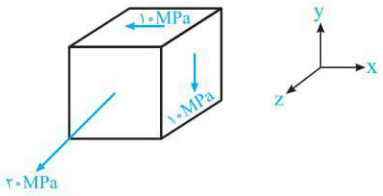
الف) تنش برشی حداکثر حقیقی در این المان برابر است با:

در این رابطه σ_3 بزرگترین تنش اصلی و σ_1 کوچکترین تنش اصلی المان است.

ب) فقط نقاطی مربوط به صفحات یک المان ۳ بعدی می‌باشند که مختصات (σ,τ) آنها داخل ناحیه هاشور خورده قرار بگیرد.

ج) در این حالت نیز صفحه‌ای از المان که در آن تنش برشی صفر شود صفحه اصلی و تنش نرمال وارد بر آن صفحه تنش اصلی می‌باشد.

تمرین ۴۲: بعد از دوران المان مقابل به اندازه ۴۵ درجه حول محور Z ، چگالی انرژی کرنشی المان در وضعیت جدید کدام است؟ (ضریب پوآسون مصالح ۰/۲۵ فرض شود)



۱) $\frac{225}{E}$

۲) $\frac{325}{E}$

۳) $\frac{400}{E}$

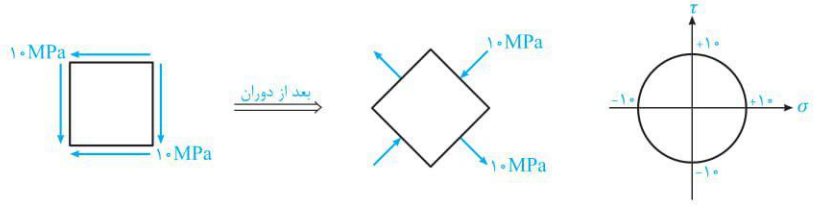
۴) $\frac{500}{E}$

حل:

نکته: چگالی انرژی ناشی از تنش های عمودی و برشی در المان سه محوره از رابطه زیر بدست می آید:

$$u_0=\frac{1}{2E}(\sigma_x^2+\sigma_y^2+\sigma_z^2)-\frac{\nu}{E}(\sigma_x\sigma_y+\sigma_x\sigma_z+\sigma_y\sigma_z)+\frac{1}{2G}(\tau_{xy}^2+\tau_{xz}^2+\tau_{yz}^2)$$

بعد از دوران المان به اندازه ۴۵ درجه حول محور Z و با توجه به دایره مور آن داریم:

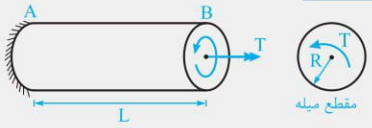


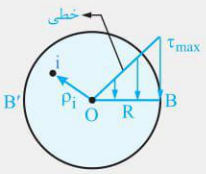
فصل سوم:
پیچش

- موضوع ۱: محاسبه تنش‌های برشی ناشی از پیچش در مقاطع دایروی
- موضوع ۲: وضعیت المان تنش در مقطع دایروی تحت پیچش
- موضوع ۳: بررسی مفاهیم مقاومت پیچشی، صلبیت پیچشی و سختی پیچشی
- موضوع ۴: محاسبه تنش‌های برشی ناشی از پیچش در مقاطع مستطیلی
- موضوع ۵: محاسبه تنش‌های برشی ناشی از پیچش در مقاطع جدار نازک باز
- موضوع ۶: محاسبه تنش برشی ناشی از پیچش در مقاطع جدار نازک بسته
- موضوع ۷: مفهوم و نحوه محاسبه زاویه پیچش در تیرهای معین
- موضوع ۸: تحلیل تیرهای نامعین تحت پیچش (روش معادلات سازگاری)
- موضوع ۹: تحلیل تیرهای نامعین تحت پیچش (روش تشابه تیر)
- موضوع ۱۰: تحلیل تیرهای نامعین تحت پیچش با روش مدل‌سازی با فنر
- موضوع ۱۱: بررسی پیچش در مقاطع غیرهمگن
- موضوع ۱۲: بررسی اتصالات تحت پیچش

موضوع ۱: محاسبه تنش‌های برشی ناشی از پیچش در مقاطع دایروی

میله‌ای با مقطع دایره مطابق شکل مقابل را در نظر بگیرید:





میله AB در انتهای B تحت لنگر پیچشی ثابت T قرار گرفته است و در اثر این لنگر در نقاط مختلف مقطع آن تنش‌های برشی ناشی از پیچش ایجاد خواهد شد. توزیع تنش در مقطع مطابق شکل به صورت خطی و عمود بر شعاع دایره بوده و با دور شدن از مرکز مقطع به شدت آن‌ها اضافه خواهد شد.

در حالت کلی به خاطر داشته باشید که توزیع تنش برشی در مقاطع همگن دایره‌ای همواره به صورت خطی می‌باشد به طوری که در مرکز مقطع مقدار آن صفر و در دورترین فاصله مقطع تا مرکز آن، مقدار حداکثر را دارد.

$$\tau_O = 0 \ , \ \tau_B = \tau_{B'} = \tau_{max}$$

بنابراین می‌توان گفت که نسبت تنش برشی حداکثر به تنش برشی در هر نقطه در مقطع دایره‌ای برابراست با:

$$\frac{\tau_{max}}{\tau_i} = \frac{\rho_{max}}{\rho_i} = \frac{R}{\rho_i} \Rightarrow \tau_i = \frac{\rho_i}{R}\tau_{max}$$

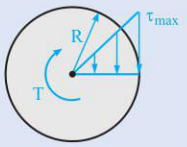
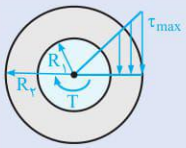
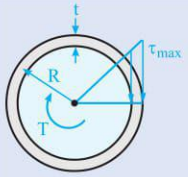
در این رابطه ρ_i فاصله هر نقطه از مقطع تا مرکز آن می‌باشد.

مقدار تنش در هر نقطه از مقطع دایره‌ای تحت پیچش از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\tau_i = \frac{T \times \rho_i}{J} \Rightarrow \tau_{max} = \frac{T \times R}{J}$$

در رابطهٔ فوق J، ممان اینرسی پیچشی یا قطبی مقطع دایره‌ای و T مقدار لنگر پیچشی داخلی در مقطع موردنظر می‌باشد.

تذکر: برای انواع مقاطع دایروی مانند مقاطع توپر، توخالی و یا جدار نازک روابط فوق برقرار بوده و تنها کافیست ممان‌اینرسی پیچشی آن‌ها را مطابق جدول زیر در رابطه جایگزین کنید. (توصیه می‌شود ممان اینرسی پیچشی کلیه مقاطع بیان شده در جدول به خاطر سپرده شود)

نام مقطع	دایره‌ای توپر	دایره ای توخالی	دایره جدار نازک
شکل مقطع			
ممان‌اینرسی پیچشی (J)	$J = \frac{\pi R^4}{2}$	$J = \frac{\pi}{2}(R_2^4 - R_1^4)$	$J = 2\pi R^3 t$
تنش برشی ماکزیمم (τ_{max})	$\tau_{max} = \frac{TR}{J}$	$\tau_{max} = \frac{TR_2}{J}$	$\tau_{max} = \frac{TR}{J}$

برای درک بهتر روابط فوق و نحوه استفاده از آنها به تمرینات صفحهٔ بعد توجه کنید.

تمرین ۱: دو میله A و B به مقطع دایره از یک جنس موجود است. طول و وزن میلهٔ A به ترتیب دو و هشت برابر طول و وزن میله B می‌باشد. لنگر پیچشی ۲T به میله A و لنگر پیچشی T به میله B وارد می‌شود. نسبت تنش‌های برشی ماکزیمم میله‌ها چقدر است $(\frac{(\tau_{max})_A}{(\tau_{max})_B})$؟ (مکمل سراسری - ۸۵)

۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

حل: از آنجا که وزن میله A هشت برابر وزن میله B است، داریم:

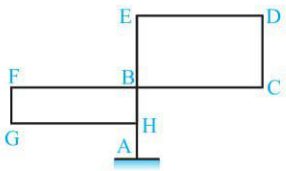
$$\frac{W_A}{W_B}=\frac{(\rho V)_A}{(\rho V)_B}=\frac{V_A}{V_B}=\frac{\pi R_A^۲\times L_A}{\pi R_B^۲\times L_B}=\frac{R_A^۲}{R_B^۲}\times ۲=۸ \Rightarrow R_A=۲R_B \Rightarrow D_A=۲D_B$$

از طرفی با توجه به رابطه محاسبه تنش‌های برشی ناشی از پیچش در مقاطع دایروی داریم:

$$\begin{cases}\dfrac{(\tau_{max})_A}{(\tau_{max})_B}=\dfrac{T(\frac{D}{۲})}{(\frac{J}{})_A}\Big/\dfrac{T(\frac{D}{۲})}{(\frac{J}{})_B}=\dfrac{(\frac{T}{D^۳})_A}{(\frac{T}{D^۳})_B}=\dfrac{T_A}{T_B}\times(\dfrac{D_B}{D_A})^۳ \\ \Rightarrow \dfrac{(\tau_{max})_A}{(\tau_{max})_B}=\dfrac{۲T}{T}\times(\dfrac{D}{۲D})^۳=\dfrac{۱}{۴} \\ T_A=۲T_B=۲T\ ,\ D_A=۲D_B=۲D\end{cases}$$

بنابراین گزینهٔ (۴) صحیح است.

تمرین ۲: دو صفحه BCDE و BFGH به میله AE که دارای مقطع دایره توپر به شعاع ۵ cm است کاملاً متصل است و عمود بر آن صفحه، باد وارد می‌شود. به‌طوری که نیروی وارده صد کیلوگرم بر هر متر مربع است. $BF=BC=۲m$، $BE=AB=۱/۵m$ و $FG=۰/۷۵m$ می‌باشد. مقدار تنش برشی ماکزیمم حاصل از فقط پیچش در AE بر حسب $kg/cm^۲$ برابر است با: (مکمل سراسری - ۸۸)



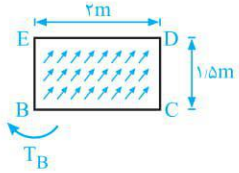
۱) ۴۸۰π

۲) ۹۶۰π

۳) $\frac{۴۸۰}{\pi}$

۴) $\frac{۹۶۰}{\pi}$

حل: برای به‌دست آوردن حداکثر تنش برشی موجود در میله ابتدا لازم است حداکثر لنگر پیچشی داخلی در طول میله را به‌دست آوریم. با توجه به شکل زیر که نشان‌دهنده بارگذاری وارد بر ستون AE است، می‌توان گفت حداکثر لنگر پیچشی داخلی ستون AE در نقطهٔ B روی می‌دهد (چرا؟). بنابراین با در نظر گرفتن نمودار جسم آزاد صفحه BCDE، مقدار لنگر پیچشی در مقطع B از لوله AB مطابق شکل با استفاده از معادله تعادل لنگر پیچشی داخلی در نقطهٔ B به صورت زیر به دست می‌آید:



حل: با توجه به اینکه تیرورق یک مقطع جدار نازک باز محسوب می‌شود، تنش برشی ماکزیمم آن با استفاده از رابطه $\tau_{max}=\frac{Tt_{max}}{J}$ محاسبه می‌شود. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که به‌دلیل بزرگتر بودن ضخامت بال نسبت به جان مقطع، تنش برشی بیشینه در بال‌ها ایجاد می‌شود. بنابراین داریم:

$$\tau_{max}=(\tau_{max})_f=\frac{Tt_f}{J}=\frac{T\times 2t}{\frac{1}{3}a(2t)^3+\frac{1}{3}(2a)t^3+\frac{1}{3}a(2t)^3}=\frac{2Tt}{6at^3}=\frac{T}{3at^2}\Rightarrow \tau_{max}=\frac{T}{3at^2}$$

همچنین با توجه به اینکه لنگر پیچشی T بین بال‌ها و جان تیر ورق توزیع می‌شود و زاویه پیچش بال‌ها و جان تیرورق برابر است، نتیجه می‌شود که بال‌ها و جان تیرورق مانند فنرهای موازی عمل می‌کنند و لنگر پیچشی T به نسبت سختی پیچشی $\frac{GJ}{L}$ بین آنها توزیع می‌شود. بنابراین با توجه به یکسان بودن مدول برشی G و طول L، نتیجه می‌شود که لنگر پیچشی به نسبت ممان اینرسی پیچشی J بین اجزاء تیر ورق تقسیم می‌شود. در نهایت خواهیم داشت:

$$T_{جان}=\frac{J_{جان}}{J_{کل}}\times T=\frac{\frac{1}{3}(2a)t^3}{\frac{1}{3}a(2t)^3+\frac{1}{3}(2a)t^3+\frac{1}{3}a(2t)^3}\times T=\frac{\frac{2}{3}at^3}{6at^3}\times T=\frac{T}{9}\Rightarrow T_w=\frac{T}{9}$$

بنابراین گزینه (۴) صحیح است.

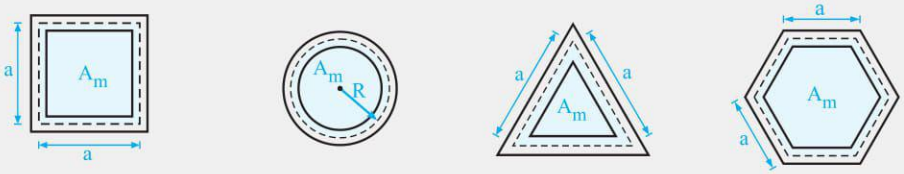
چراجویی ۱: در تمرین قبل نسبت تنش برشی ایجاد شده در بال به تنش برشی ایجاد شده در جان مقطع چقدر است؟ (پاسخ: ۲ برابر)

موضوع ۶: محاسبه تنش‌های برشی ناشی از پیچش در مقاطع جدار نازک بسته

تنش برشی در یک مقطع جدار نازک بسته از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\tau=\frac{T}{2A_m t}$$

در این رابطه A_m مساحت محصور در منحنی بسته‌ای است که از وسط جداره‌های مقطع عبور می‌کند. این مساحت را برای چند شکل معروف در زیر مشاهده می‌کنید:



$A_m=a^2$ $\quad A_m=\pi R^2$ $\quad A_m=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ $\quad A_m=6\times\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

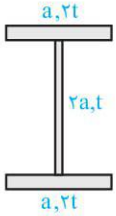
تذکر: در مقاطع جدار نازک بسته ممان اینرسی پیچشی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$J=\frac{4A_m^2}{\oint\frac{ds}{t}}=\frac{4A_m^2}{\Sigma(\frac{L_i}{t_i})}$$

در این رابطه L_i طول هر قسمت از مقطع با ضخامت ثابت t_i می‌باشد.

آزمون فصل سوم

۱- مطابق شکل زیر با استفاده از سه ورق، تیرورقی ساخته شده است. اگر این تیرورق تحت اثر لنگر پیچشی T قرار گیرد، تنش برشی ماکزیمم و سهم جان تیرورق از لنگر پیچشی T به‌ترتیب چقدر است؟ (t << a)



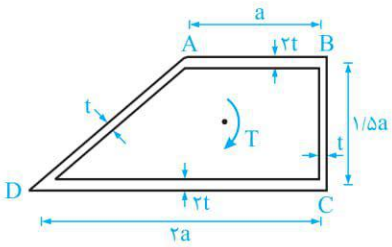
۱) $\frac{T}{۳}$ و $\frac{T}{۶\,at^۲}$

۲) $\frac{T}{۹}$ و $\frac{T}{۶\,at^۲}$

۳) $\frac{T}{۳}$ و $\frac{T}{۳\,at^۲}$

۴) $\frac{T}{۹}$ و $\frac{T}{۳\,at^۲}$

۲- در مقطع جدار نازک نشان داده شده که تحت لنگر پیچشی قرار دارد، نیروی برشی ایجاد شده در قسمت BC چند برابر نیروی DC می‌باشد؟



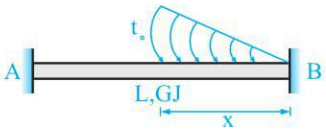
۱) ۰/۵

۲) ۰/۷۵

۳) ۱

۴) ۱/۲۵

۳- در میله منشوری زیر به صلبیت پیچشی GJ، مقدار x چقدر باشد تا عکس‌العمل پیچشی تکیه‌گاه‌ها با هم برابر شود؟



۱) $x = \frac{L}{۳}$

۲) $x = \frac{L}{۴}$

۳) $x = \frac{L}{۲}$

۴) $x = \frac{۳L}{۴}$

۴- در مقطع توخالی یکپارچه زیر که از دو لوله با جنس‌های مختلف تشکیل شده است، تحت اثر یک لنگر پیچشی، نسبت تنش برشی ماکزیمم لوله ۲ به تنش برشی مینیمم لوله ۱ چقدر است؟ (قطر داخلی لوله اول ۲۰ cm است و ضخامت هر دو لوله ۲ cm می‌باشد و $G_۲ = ۱/۵\,G_۱$)

۱) ۱/۵

۲) ۱/۸

۳) ۲/۱

۴) ۲/۴

نکته: لنگر خمشی در یک مقطع همگن تحت خمش تک محوره زمانی ماکزیمم خواهد بود که مقدار y ماکزیمم باشد. چنانچه y_{max} را با C نشان دهیم، داریم:

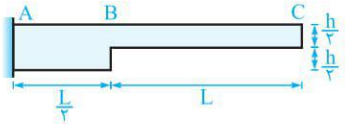
$$\sigma = \frac{My}{I} \Rightarrow \sigma_{max} = \frac{My_{max}}{I} = \frac{MC}{I}$$

بنابراین برای به دست آوردن حداکثر تنش خمشی در یک مقطع تحت خمش، باید ارتفاع دورترین نقاط مقطع نسبت به محور خنثی را در رابطه اساسی خمش قرار داد. اگر بیشترین ارتفاع در ناحیه کششی را قرار دهیم تنش خمشی حداکثر کششی (σ^t_{max}) به دست می‌آید و چنانچه بیشترین ارتفاع در ناحیه فشاری را قرار دهیم تنش خمشی حداکثر فشاری (σ^C_{max}) به دست می‌آید.

تذکر: با توجه به تعریف بیان شده در مورد اساس مقطع (S) می‌توان تنش حداکثر خمشی را به شکل زیر نیز نمایش داد:

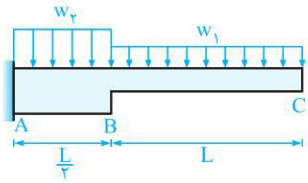
$$\begin{cases} \sigma_{max} = \dfrac{MC}{I} \\ S = \dfrac{I}{C} \end{cases} \Rightarrow \sigma_{max} = \frac{M}{S}$$

تمرین ۳: در تیر زیر که سطح مقطع آن در B تغییر می کند، عرض تیر در تمام طول تیر ثابت و وزن مخصوص آن نیز مقداری ثابت برابر با γ دارد. در این صورت نسبت تنش خمشی ماکزیمم در A به تنش خمشی ماکزیمم در B کدام است؟

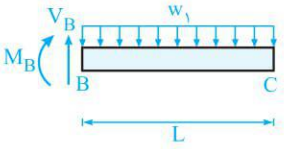


۱) $\frac{۳}{۸}$ ۲) $\frac{۵}{۱۶}$ ۳) $\frac{۳}{۱۶}$ ۴) $\frac{۵}{۸}$

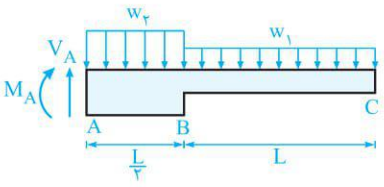
حل: می‌دانیم وزن تیر که به صورت بار گسترده یکنواخت می باشد باعث ایجاد تنش‌های برشی و خمشی در این تیر می شود.



بنابراین ابتدا لازم است بارگذاری وارد بر تیر را مشخص کنیم. این بارگذاری در طول تیر به‌صورت یکنواخت بوده و توزیع آن مطابق شکل است. در ادامه با استفاده از معادلات تعادل نیروهای داخلی در هر یک از نقاط A و B را به‌دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} M_B = \dfrac{w_1 L^2}{2} \\ w_1 = \gamma A_1 = \gamma b \dfrac{h}{2} \end{cases} \Rightarrow M_B = \frac{\gamma b \frac{h}{2} L^2}{2} = \frac{\gamma b h L^2}{4} \Rightarrow M_B = \frac{\gamma b h L^2}{4}$$



$$\begin{cases} M_A = \dfrac{w_2 \times (\frac{L}{2})^2}{2} + w_1 \times L \times (\frac{L}{2} + \frac{L}{2}) \\ w_2 = \gamma A_2 = \gamma bh \end{cases}$$

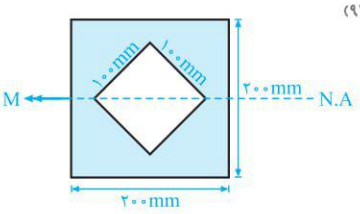
$$\Rightarrow M_A = \frac{\gamma bhL^2}{8} + \frac{\gamma bhL^2}{2} = \frac{5\gamma bhL^2}{8}$$

در نهایت با استفاده از رابطهٔ $\sigma_{max} = \frac{M}{S}$ نسبت حداکثر تنش خمشی را در دو نقطه A و B به‌دست خواهیم آورد:

$$\Rightarrow \frac{\sigma_{max(A)}}{\sigma_{max(B)}} = \frac{\frac{M_A}{S_A}}{\frac{M_B}{S_B}} = \frac{M_A}{M_B} \times \frac{S_B}{S_A} = \frac{\frac{5\gamma bhL^2}{8}}{\frac{\gamma bhL^2}{4}} \times \frac{\frac{b(\frac{h}{2})^2}{6}}{\frac{b(h)^2}{6}} = \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{\sigma_{max(A)}}{\sigma_{max(B)}} = \frac{5}{8}$$

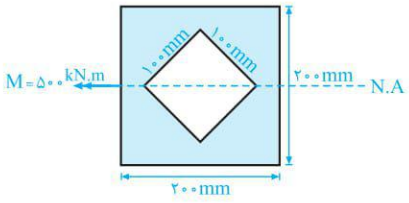
بنابراین گزینهٔ (۴) صحیح است.

تمرین ۴: **تیر با مقطع مجوف مطابق شکل از مربع بیرونی به طول هر ضلع برابر ۲۰۰ میلی‌متر و ناحیه توخالی مربع شکل مرکز به طول هر ضلع ۱۰۰ میلی‌متر با رفتار خطی تحت اثر لنگر خمشی $M = 500kN.m$ قرار دارد. تنش نرمال حداکثر چند MPa است؟** (سراسری – ۹۷)



۱) ۱۶۰
۲) ۲۰۰
۳) ۳۲۰
۴) ۴۰۰

حل: با توجه به رابطهٔ محاسبهٔ تنش‌های ناشی از خمش داریم:



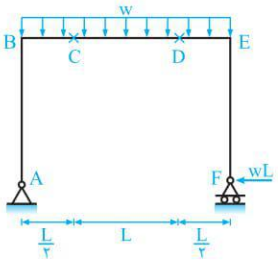
$$\sigma_{max} = \frac{M \times C}{I_{N.A}}$$

$$I_{N.A} = \frac{200^4}{12} - \frac{100^4}{12} = \frac{5}{4} \times 10^8 \ mm^4$$

$$\Rightarrow \sigma_{max} = \frac{(500 \times 10^6) \times (100)}{(\frac{5}{4} \times 10^8)} = \boxed{400 N/mm^2 (MPa)}$$

بنابراین گزینهٔ (۴) صحیح است.

تمرین ۵: **در قاب نشان داده شده در شکل، ارتفاع ستون‌ها چقدر باشد $(AB = EF)$ تا حداکثر تنش خمشی ایجاد شده در طول تیر BE حداقل گردد؟ (مقطع قسمت‌های BC و DE مربعی به ضلع a و قسمت CD مربعی به ضلع 2a است)** (سراسری – ۹۷)



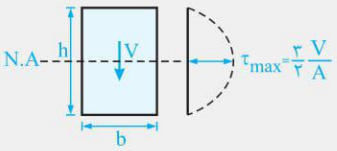
۱) $\frac{L}{2}$
۲) $\frac{L}{8}$
۳) $\frac{L}{18}$
۴) $\frac{L}{32}$

فصل پنجم:
برش

- موضوع ۱: رابطه اولیه برش و تنش برشی ماکزیمم در مقاطع معروف
- موضوع ۲: محاسبه تنش برشی در مقاطع جدار نازک تحت برش
- موضوع ۳: رسم جریان برش در مقاطع جدار نازک
- موضوع ۴: محاسبه نیروی برشی تحمل شده در یک قسمت از مقطع
- مضوع ۵: مرکز برش
- موضوع ۶: محاسبه ظرفیت برشی مقطع
- موضوع ۷: محاسبه تنش برشی در مقاطع غیرهمگن
- موضوع ۸: تحلیل اتصالات برشی
- موضوع ۹: ترکیب تنش

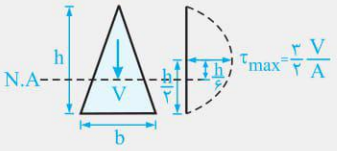
تذکر مهم: در مقاطع متداول و پرکاربرد مقدار تنش برشی حداکثر اهمیت زیادی داشته که لازم است مقادیر آنها را مطابق صفحهٔ بعد به‌خاطر بسپارید:

۱- مربع و مستطیل: توزیع تنش برشی در این مقاطع به صورت سهمی بوده و تنش برشی ماکزیمم در محل محور خنثی اتفاق می‌افتد و مقدار آن برابر است با (A سطح مقطع و V نیروی برشی است):



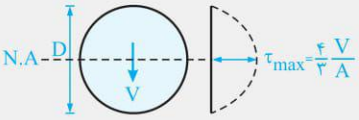
$$\tau_{max}=\frac{3}{2}\frac{V}{A} \quad , \quad A=bh$$

۲- مثلث: توزیع تنش برشی در مقطع مثلث مطابق شکل همانند مقاطع مربع و مستطیل به‌صورت سهمی بوده اما تنش برشی ماکزیمم در وسط ارتفاع مقطع رخ می‌دهد و نه در محل محور خنثی (توجه داشته باشید که محور خنثی در مثلث در $\frac{1}{3}$ ارتفاع قرار دارد و تنش برشی روی آن برابر $\frac{4}{3}\frac{V}{A}$ است):



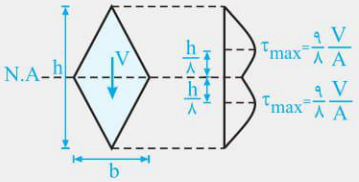
$$\tau_{max}=\frac{3}{2}\frac{V}{A} \quad , \quad A=\frac{bh}{2}$$

۳- دایره: در این مقطع توزیع تنش مطابق شکل مقابل بوده و تنش برشی ماکزیمم در محل محور خنثی اتفاق می‌افتد و مقدار آن برابر است با:



$$\tau_{max}=\frac{4}{3}\frac{V}{A} \quad , \quad A=\frac{\pi D^2}{4}$$

۴- لوزی: توزیع تنش مطابق شکل مقابل بوده و تنش برشی ماکزیمم در محل محور خنثی اتفاق نمی‌افتد. (تنش برشی در محل محور خنثی $\frac{V}{A}$ است.)



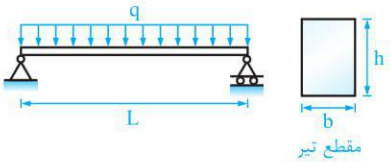
$$\tau_{max}=\frac{9}{8}\frac{V}{A} \quad , \quad A=\frac{bh}{2}$$

نکته: با توجه به رابطه بیان شده برای محاسبه تنش برشی، می‌توان دریافت که مقدار تنش برشی زمانی ماکزیمم خواهد بود که عبارت τ ماکزیمم شود. همچنین از آنجا که در یک مقطع همواره نیروی برشی و ممان اینرسی مقطع ثابت است، تنش برشی ماکزیمم برابر است با:

$$\tau_{max}=\frac{V}{I}\left(\frac{Q}{b}\right)_{max}$$

با توجه به رابطهٔ فوق چنانچه عرض مقطع نیز ثابت باشد می‌توان گفت تنش برشی در محل محور خنثی ماکزیمم خواهد شد که در آن ممان استاتیک بیشترین مقدار خود را دارد. برای درک بهتر مفاهیم بیان شده به تمرینات صفحهٔ بعد توجه نمایید.

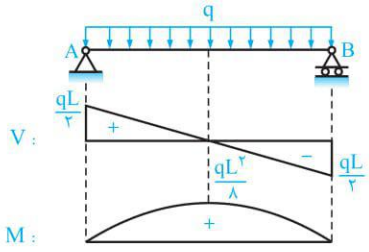
تمرین ۲۸: **تیر دو سر سادهٔ شکل زیر به طول L، تحت اثر بار گستردهٔ یکنواخت q قرار گرفته است. اگر تنش مجاز برشی و خمشی ماده به کار رفته در تیر به ترتیب برابر τ_w و σ_w باشد و مقطع تیر مستطیلی با ابعاد b و h باشد، طول L را چنان تعیین کنید که تنش‌های برشی و خمشی با هم به مقدار مجاز خود برسند.** (سراسری - ۹۱)



۱) $\frac{\sigma_w}{\tau_w}.h$ ۲) $\frac{\sigma_w}{\tau_w}.\frac{1}{h}$

۳) $\frac{\tau_w}{\sigma_w}.h$ ۴) $\frac{\tau_w}{\sigma_w}.\frac{1}{h}$

حل: ابتدا لازم است نیروی برشی حداکثر و لنگر خمشی حداکثر در طول تیر را بیابیم؛ بدین منظور ابتدا نمودار نیروی برشی و لنگر خمشی برای تیر داده شده را رسم می‌کنیم و سپس تنش‌های حداکثر برشی و خمشی را به‌دست می‌آوریم:



$$A = bh$$

$$V_{max} = \frac{qL}{2} \Rightarrow \tau_{max} = \frac{3}{2}\frac{V_{max}}{A} = \frac{3}{2}\frac{\frac{qL}{2}}{bh} = \frac{3qL}{4bh}$$

$$\tau_{max} = \tau_w \Rightarrow \frac{3qL}{4bh} = \tau_w \qquad (1)$$

$$M_{max} = \frac{qL^2}{8} \Rightarrow \sigma_{max} = \frac{M_{max}C}{I} = \frac{\frac{qL^2}{8}\times\frac{h}{2}}{\frac{1}{12}bh^3} = \frac{3qL^2}{4bh^2}$$

$$\sigma_{max} = \sigma_w \Rightarrow \frac{3qL^2}{4bh^2} = \sigma_w \qquad (2)$$

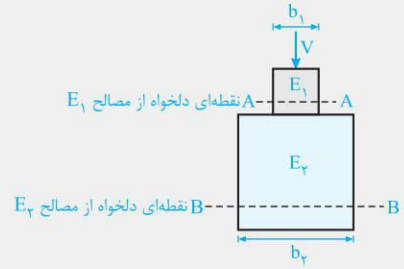
در نهایت با تقسیم روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{\tau_w}{\sigma_w} = \frac{\frac{3qL}{4bh}}{\frac{3qL^2}{4bh^2}} = \frac{h}{L} \Rightarrow L = \frac{\sigma_w}{\tau_w}h$$

بنابراین گزینهٔ (۱) صحیح است.

موضوع ۷: برش در مقاطع غیرهمگن

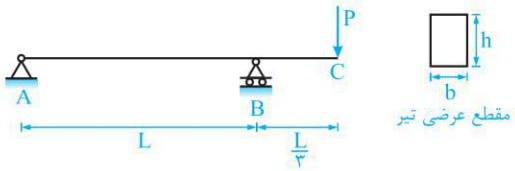
مقطعی مطابق شکل که از دو مصالح با مدول الاستیسیته E_1 و E_2 ساخته شده و تحت بارگذاری قائم V، قرار دارد را در نظر بگیرید. با فرض تبدیل مقطع به مقطع همگن با مصالح E_2 می‌توان از روابط زیر برای محاسبهٔ تنش برشی در آن استفاده کرد:



$$\begin{cases} \tau_{AA} = n\times\frac{V\bar{Q}}{\bar{I}\times(nb_1)} = \frac{V\bar{Q}}{Ib_1}\ ,\ n = \frac{E_1}{E_2} \\ \tau_{BB} = \frac{V\bar{Q}}{\bar{I}b_2} \end{cases}$$

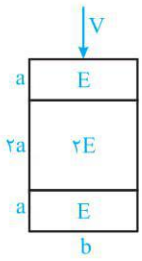
آزمون فصل پنجم

۱- در تیر زیر تنش خمشی ماکزیمم چند برابر تنش برشی ماکزیمم است؟ $(L = 15h)$



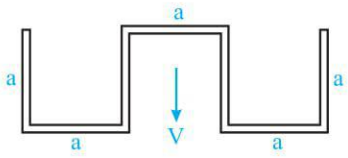
۱) ۱۵
۲) ۲۰
۳) ۲۲/۵
۴) ۶۰

۲- در مقطع غیرهمگن زیر تنش برشی روی محور خنثی مقطع کدام است؟



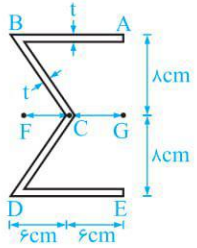
۱) $\frac{5}{6}\frac{V}{ab}$
۲) $\frac{5}{3}\frac{V}{ab}$
۳) $\frac{5}{12}\frac{V}{ab}$
۴) $\frac{5}{24}\frac{V}{ab}$

۳- در چند نقطه از جداره‌های قائم مقطع جدار نازک زیر، تنش برشی برابر صفر است؟ (بعد جداره‌ها **a** و ضخامت آنها **t** می‌باشد)



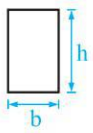
۱) ۲
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸

۴- در مقطع مقابل مرکز برش مقطع کدام نقطه می‌تواند باشد؟ $(t = 4\,mm = const)$



۱) G
۲) F
۳) C
۴) هر سه نقطه

۵- مقطع مستطیلی زیر که در آن مدول یانگ قسمت فشاری **n** برابر مدول یانگ قسمت کششی مقطع است $(F_C = nE_t)$ تحت اثر برش قائم **V** قرار دارد. تنش برشی ماکزیمم مقطع چقدر است؟



۱) $1/5\frac{V}{bh}$
۲) $1/5\sqrt{n}\frac{V}{bh}$
۳) $\frac{1/5}{\sqrt{n}}\frac{V}{bh}$
۴) $\frac{3}{\sqrt{n}+1}\frac{V}{bh}$

سؤالات آزمون‌های کارشناسی ارشد و دکتری

سؤالات آزمون دکتری ۹۸

۱- در یک تیر بر روی بستر ارتجاعی به طول $6\ m$ و مقطع مستطیل به عمق (ارتفاع) برابر $12\ cm$ و عرض $4\ cm$ تحت اثر بار گسترده یکنواخت به‌شدت q، اگر عکس‌العمل بستر به‌صورت خطی از صفر در کناره‌ها تا حداکثر در وسط تیر، تغییر کند و حداکثر تنش خمشی مجاز برابر $120\ MPa$ باشد، حداکثر مقدار مجاز q چند kN/m برآورد می‌شود؟

۱) ۲/۵۶ ۲) ۳/۸۴ ۳) ۵/۱۲ ۴) ۷/۶۸

۲- در یک مقطع جدار نازک حلقوی به شعاع متوسط R، ضخامت t تحت یک نیروی متمرکز قائم P اعمالی به موازات قطر عمودی در محل شعاع متوسط در تراز قطر افقی (سمت چپ یا راست)، تنش برشی حداکثر برحسب ضریب $\frac{P}{\pi Rt}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) ۲

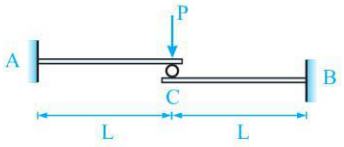
۳- ورقی به شکل مربع از چهار طرف توسط چهار جداره صلب و ثابت نگهداری شده است. اگر دمای ورق به اندازهٔ ۵۰ درجه سلسیوس افزایش یابد، مقدار تنش ایجاد شده نرمال در صفحه چند مگاپاسکال خواهد بود؟ (مدول ارتجاعی ورق $200\ GPa$، ضریب پواسون آن برابر ۰/۲۵ و ضریب انبساط حرارتی آن برابر $9\times10^{-6}\ ^\circ C$ می‌باشند. ضخامت ورق در حدی است که کمانش نکند و تنش عمود بر صفحه صفر است)

۱) ۶۰ ۲) ۹۰ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۸۰

۴- یک میله به طول L، سطح مقطع A و وزن مخصوص γ از یک تکیه‌گاه گیردار به‌طور قائم آویزان است. اگر رابطهٔ تنش ـ کرنش میله به‌صورت $\sigma = B\sqrt{\varepsilon}$ (B ضریب ثابت) باشد، اضافه طول انتهای آزاد میله تحت اثر وزن آن چه ضریبی از $\frac{\gamma^2 L^3}{B^2}$ است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{A}{2}$ ۴) $\frac{A}{3}$

۵- تیر ترکیبی ABC مطابق شکل در محل غلتک (تماس بدون اصطکاک) تحت اثر نیروی P قرار دارد. اگر سختی خمشی برابر EI در طول دو قطعه ثابت باشد، واکنش‌های تکیه‌گاهی به‌ترتیب از راست به چپ برای M_A، M_B، A_y و B_y کدام‌اند؟



۱) $\frac{P}{2}, \frac{P}{2}, \frac{PL}{2}, \frac{PL}{2}$

۲) $\frac{P}{2}, \frac{P}{2}, PL, PL$

۳) $P, P, \frac{PL}{2}, \frac{PL}{2}$

۴) P, P, PL, PL