بسم الله الرحمن الرحيم

پیش‌گفتار مؤلف

ستایش ایزد منان را که بار دیگر با لطف خود توفیق نشر دانش هر چند اندک اینجانب را فراهم نمود. مجموعه پیش رو مبتنی بر جدیدترین شیوه‌های آموزش پس از سال‌ها تدریس مؤلف در دانشگاه و دوره‌های آمادگی آزمون کارشناسی ارشد و دکتری عمران می‌باشد که از ویژگی‌های این اثر می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

- ✓ ارائه درسنامه موضوعی، کاربردی و ریز طبقه‌بندی شده در ۵ فصل
- ✓ ارائه روش ابتکاری «چراجویی» توسط مؤلف جهت درک بهتر مطالب
- ✓ حل تمرین‌های مختلف و متنوع منطبق با هر مبحث به‌صورت گام به گام
- ✓ طبقه‌بندی سؤالات آزمون‌های کارشناسی ارشد و دکتری و سؤالات تألیفی در پایان هر فصل
- ✓ ارائه پاسخنامه کاملاً تشریحی مربوط به سؤالات به همراه ذکر نکات مورد نیاز با بیانی ساده و روان
- ✓ تعیین درجه سختی تمام سؤالات پایان فصل کتاب در سه سطح ساده، متوسط و دشوار
- ✓ قابل استفاده برای داوطلبین آزمون کارشناسی ارشد، دکتری و تمام دانشجویان رشته‌های مهندسی

وظیفه خود می‌دانم تا از تمام عزیزانی که در تهیه و تدوین این اثر، اینجانب را یاری نموده‌اند بخصوص آقای مهندس امیرعلی رستگاری (رتبه ۸ آزمون کارشناسی ارشد سال ۹۵) کمال قدردانی و سپاسگزاری را بعمل آورم. همچنین از تلاش بی‌وقفه تمام همکاران خود در انتشارات عمران پایه نهایت تشکر را دارم و امیدوارم که کتاب‌های تولید شده در راستای اعتلای سطح علمی و آموزشی مهندسان عمران مؤثر واقع گردد.

در پایان از تمام اساتید و دانشجویان گرامی خواهشمند هستم که با ارسال پیشنهادات و انتقادات خود در راستای هر چه پربارتر شدن مطالب این مجموعه، مؤلف را مورد لطف و عنایت خود قرار دهند و امید است که با ارسال نظرات اصلاحی شما عزیزان به کانال تلگرامی telegram.me/omranpayeh و یا پست الکترونیکی omranpaye@gmail.com در چاپ‌های بعدی نواقص کتاب برطرف گردد.

پنام زرفام

فهـــــرست

فصل اول: اعضای محوری

۱-۱- تغییر شکل محوری اعضای محوری ۸
۱-۲- تحلیل سازه‌های ایزواستاتیک (معین) محوری ۱۲
۱-۳- بررسی سازه‌های هیپراستاتیک (نامعین) محوری با روش سازگاری ۱۵
۱-۴- تحلیل سازه‌های محوری هیپراستاتیک (نامعین) با استفاده از مدل‌سازی با فنر ۲۰
۱-۵- بررسی و تحلیل میله‌های محوری نامعین با روش سازگاری ۲۵
۱-۶- بررسی و تحلیل میله‌های محوری نامعین با روش تشابه به تیر ۲۷
۱-۷- بررسی تاثیر حرارت روی تغییرشکل سازه‌های محوری (معین و نامعین) ۲۹
۱-۸- بررسی تاثیر خطای ساخت بعد از نصب اعضا در سازه‌های محوری ۳۳
سؤالات آزاد و تألیفی ۳۶
سؤالات ارشد و دکتری سراسری ۴۶
پاسخ سؤالات فصل اول ۶۴

فصل دوم: تحلیل تنش - کرنش

۲-۱- مفهوم تنش و کرنش ۱۱۴
۲-۱-۱- تنش ۱۱۴
۲-۱-۲- کرنش ۱۱۶
۲-۲- قانون هوک ۱۱۶
۲-۲-۱- حالت کلی قانون هوک ۱۱۸
۲-۳- کرنش‌های سطحی و حجمی ۱۲۱
۲-۴- تبدیلات تنش و کرنش ۱۲۴
۲-۴-۱- تبدیلات تنش ۱۲۴
۲-۴-۲- تبدیلات کرنش ۱۲۹
۲-۵- دایره مور ۱۳۰
۲-۶- بررسی تنش در المان سه بعدی ۱۳۵
۲-۷- تنش در مخازن جدار نازک ۱۳۸
سؤالات آزاد و تألیفی ۱۴۲
سؤالات ارشد و دکتری سراسری ۱۵۳
پاسخ سؤالات فصل دوم ۱۶۴

فصل سوم: پیچش

۳-۱- بررسی مفهوم پیچش و نحوهٔ محاسبهٔ تنش‌های ناشی از آن در مقاطع دایروی... ۲۰۴
۳-۲- بررسی مفاهیم مقاومت پیچشی، صلبیت پیچشی و سختی پیچشی..... ۲۰۷
۳-۳- وضعیت المان تنش در مقطع دایروی تحت پیچش..... ۲۰۸
۳-۴- محاسبه تنش‌های برشی ناشی از پیچش در مقاطع مستطیلی..... ۲۰۹
۳-۵- محاسبه تنش‌های برشی ناشی از پیچش در مقاطع جدار نازک باز..... ۲۱۱
۳-۶- محاسبه تنش برشی در مقاطع جدار نازک بسته..... ۲۱۳
۳-۶-۱- محاسبه سهم لنگر و نیروی ایجاد شده در اعضای مقاطع جدار نازک بسته تحت پیچش..... ۲۱۷
۳-۷- مفهوم و نحوهٔ محاسبه زاویه پیچش در تیرهای معین..... ۲۲۰
۳-۸- تحلیل تیرهای نامعین تحت پیچش..... ۲۲۴
۳-۹- بررسی پیچش در مقاطع غیر همگن..... ۲۳۰
سؤالات آزاد و تألیفی..... ۲۳۴
سؤالات ارشد و دکتری سراسری ۲۴۵
پاسخ سؤالات فصل سوم ۲۵۵

فصل چهارم: خمش

۴-۱- مروری بر مشخصات هندسی مقاطع..... ۲۹۰
۴-۱-۱- نحوهٔ محاسبه مرکز سطح مقاطع..... ۲۹۰
۴-۱-۲- نحوهٔ محاسبهٔ ممان استاتیک..... ۲۹۲
۴-۱-۳- نحوهٔ محاسبه ممان اینرسی..... ۲۹۳
۴-۱-۴- نحوهٔ محاسبه اساس مقطع (مدول مقطع)..... ۲۹۶
۴-۲- مفاهیم کلی خمش در مقاطع همگن..... ۲۹۷
۴-۳- محاسبه مقاومت خمشی یک مقطع..... ۳۰۶
۴-۴- بررسی انحنا در مقاطع تحت خمش..... ۳۰۹
۴-۵- محاسبهٔ نیرو و لنگر خمشی تحمل شده توسط قسمتی از یک مقطع تحت خمش ... ۳۱۷
۴-۶- محاسبهٔ تغییر طول یک تار از تیر تحت خمش..... ۳۲۰
۴-۷- بررسی مقاطع غیرهمگن تحت خمش..... ۳۲۱
۴-۸- خمش دو محوره..... ۳۲۵
۴-۸-۱- محاسبه تنش در مقاطع تحت خمش دو محوره..... ۳۲۵
۴-۸-۲- پیدا کردن محل تار خنثی در خمش دو محوره..... ۳۲۸
۴-۹- خمش مرکب (لنگر خمشی و نیروی محوری)..... ۳۳۰

سؤالات آزاد و تألیفی ۳۳۳
سؤالات ارشد و دکتری سراسری ۳۴۴
پاسخ سؤالات فصل چهارم ۳۶۱

فصل پنجم: برش

۵-۱- محاسبه تنش برشی در مقاطع تحت برش ۴۱۴
۵-۲- محاسبهٔ تنش برشی حداکثر در مقاطع معروف تحت برش ۴۱۶
۵-۳- محاسبه تنش برشی در مقاطع جدار نازک تحت برش ۴۱۹
۵-۴- رسم جریان برش در مقاطع جدار نازک ۴۲۴
۵-۵- محاسبه نیروی برشی تحمل شده در یک قسمت از مقطع ۴۲۶
۵-۶- مرکز برش ۴۲۷
۵-۷- محاسبه ظرفیت برشی مقطع ۴۲۹
۵-۸- محاسبهٔ تنش برشی در مقاطع غیرهمگن ۴۳۲
۵-۹- تحلیل اتصالات برشی ۴۳۴
سؤالات آزاد و تألیفی ۴۳۶
سؤالات ارشد و دکتری سراسری ۴۴۲
پاسخ سؤالات فصل پنجم ۴۵۲

سؤالات آزمون کارشناسی ارشد و دکتری

سؤالات آزمون کارشناسی ارشد سال ۹۶ ..... ۴۷۹
سؤالات آزمون دکتری سال ۹۶ ..... ۴۸۹
سؤالات آزمون کارشناسی ارشد سال ۹۷ ..... ۴۹۸
سؤالات آزمون دکتری سال ۹۷ ..... ۵۰۶

فصل اول:
اعضای محوری

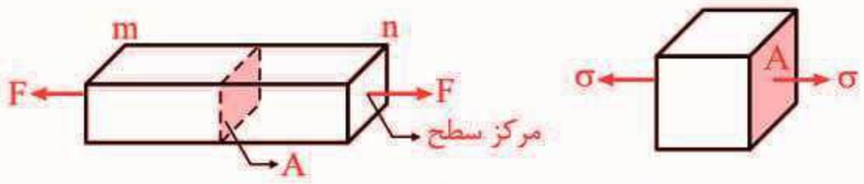
- تغییرشکل محوری اعضای محوری
- تحلیل سازه‌های ایزواستاتیک (معین) محوری
- بررسی سازه‌های هیپراستاتیک (نامعین) محوری با روش سازگاری
- تحلیل سازه‌های محوری هیپراستاتیک (نامعین) با استفاده از مدل‌سازی با فنر
- بررسی و تحلیل میله‌های محوری نامعین با روش سازگاری
- بررسی و تحلیل میله‌های محوری نامعین با روش تشابه به تیر
- بررسی تأثیر حرارت روی تغییرشکل سازه‌های محوری (معین و نامعین)
- بررسی تأثیر خطای ساخت بعد از نصب اعضاء در سازه‌های محوری

مقدمه

یکی از مهمترین مفاهیم درس مقاومت مصالح که همواره دارای سؤالات و نکات زیادی بوده است، مفهوم تغییرشکل‌های محوری در سازه می‌باشد. در این فصل در حالت کلی سازه‌هایی با رفتار محوری اعضاء (EA) مورد بررسی قرار می‌گیرد و روش‌های مختلف و متنوع برای تحلیل این سازه‌ها را به شما آموزش خواهیم داد. توانایی درک رفتار سازه و نحوهٔ تغییرشکل فرضی سیستم‌های سازه‌ای در این فصل از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است که در ادامه و با حل مسائل متنوع، آن را با هم مرور خواهیم کرد.

۱-۱- تغییر شکل محوری اعضای محوری

به اعضای سازه‌ای با صلبیت محوری EA که تحت اثر نیروی محوری در امتداد طول خود به صورت عمود بر مرکز سطح مقطع قرار می‌گیرند، اعضای محوری گفته می‌شود. به عنوان مثال عضو mn با سطح مقطع A مطابق شکل مقابل را در نظر بگیرید:



چنانچه مقطع نشان داده شده با سطح مقطع A را از این عضو در نظر بگیریم، مقدار تنش σ ایجاد شده ناشی از نیروی محوری F برابر است با:

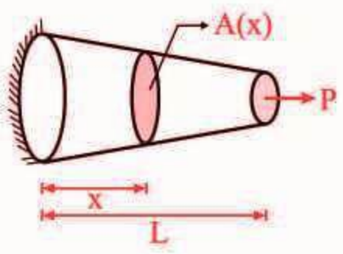
$$\sigma = \frac{F}{A}$$

در ادامه با فرض اینکه عضو AB دو سر مفصل به طول L، سطح مقطع A و مدول الاستیسیته E باشد و تحت نیروی محوری در مرکز سطح خود به مقدار P قرار گرفته باشد، می‌توان گفت تغییر طول آن برابراست با:

$$\Delta = \frac{PL}{EA}$$

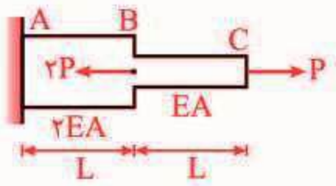
تذکر: رابطه فوق برای حالتی است که پارامترهای رابطه در طول عضو ثابت باشند. بنابراین چنانچه یک یا چند پارامتر از پارامترهای موجود در رابطه فوق در طول عضو تغییر کند. در این صورت باید از روابط زیر برای تعیین تغییر طول میله استفاده نمود.

۱- اگر تغییرات به صورت پیوسته باشد:



$$\Delta = \int_{\circ}^{L} \frac{P(x)\,dx}{E(x)\,A(x)}$$

۲- در صورتی که تغییرات به صورت گسسته باشد داریم:



$$\Delta = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{PL}{EA}\right)_i$$

در حالت اول چنانچه تغییرات نیروی داخلی یا سطح مقطع به صورت پیوسته باشد، ابتدا تابع تغییرات هر یک از آنها را بدست آورده و در رابطه انتگرالی قرار می‌دهیم و در حالت دوم که نیروی محوری و سطح مقطع در فواصل مختلف مقدار ثابتی دارد، باید در هر بازه با استفاده از رابطه فوق مقدار Δ را به‌دست آورده و در نهایت با هم جمع نمائیم.

تذکر: توجه داشته باشید که برای محاسبه تغییرمکان، باید یک جهت مثبت قراردادی را در نظر گرفته و تغییرمکان نقاط مختلف را براساس آن محاسبه نمائید. همچنین نیروهای فشاری را با علامت منفی و نیروهای کششی را با علامت مثبت در رابطه قرار دهید.

برای درک بهتر روابط فوق و آشنایی با حل مسائل این بخش به تمرین‌های زیر توجه نمائید.

تمرین ۱: بر اثر اعمال نیروی کششی $۳۰\,kN$ به یک میلهٔ منشوری با سطح مقطع $۳۰۰\,mm^۲$ و طول $۱۰cm$، طول آن به میزان ۵ میلی‌متر افزایش می‌یابد. مدول یانگ مصالح این میله برابر کدام گزینه است؟ (سراسری - ۹۲)

۱) $۲\times۱۰^۶\,N/mm$ ۲) $۲\times۱۰^۳\,N/mm$ ۳) $۲\times۱۰^۶\,N/mm^۲$ ۴) $۲\times۱۰^۳\,N/mm^۲$

حل: میلهٔ مطرح شده در سؤال دارای سطح مقطع ثابت در طول خود می‌باشد. همچنین نیروی محوری در طول آن مقدار ثابتی دارد بنابراین با توجه به رابطه محاسبه تغییر طول که مدول یانگ مصالح یا همان مدول الاستیسیته در مخرج آن قرار دارد می‌توانیم مقدار آن را به‌صورت زیر به‌دست بیاوریم:

$$\Delta=\frac{PL}{EA}\Rightarrow E=\frac{PL}{A\Delta}=\frac{(۳۰\times۱۰^۳)\times۱۰\times۱۰}{۳۰۰\times۵}=۲\times۱۰^۳\,N/mm^۲$$

بنابراین گزینهٔ (۴) صحیح است.

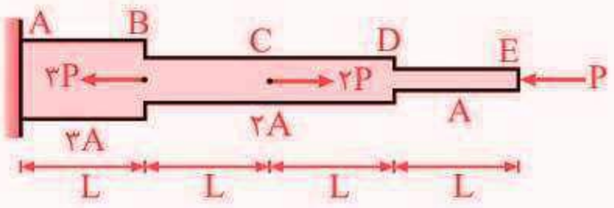
تمرین ۲: در سازهٔ شکل مقابل مطلوب است:(E ثابت)

الف) مقدار عکس‌العمل تکیه‌گاه A

ب) حداکثر و حداقل مقدار تنش محوری در سازه

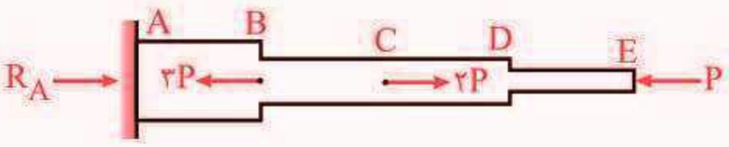
ج) تغییر مکان نقطه D

د) تغییر فاصله بین دو نقطه B و C



حل:

الف) با توجه به نیروهای محوری وارد بر سازه، در تکیه‌گاه A عکس‌العمل محوری ایجاد می‌شود. این عکس‌العمل از برآیند نیروهای وارد بر کل سازه و با استفاده از معادلات تعادل بدست می‌آید. با در نظر گرفتن R_A به‌عنوان عکس‌العمل تکیه‌گاه A داریم:



$$\sum F_x=۰\Rightarrow R_A-۳P+۲P-P=۰\Rightarrow R_A=۲P\rightarrow$$

ب) ابتدا توجه کنید که در فواصلی که نیروی محوری و سطح مقطع عضو ثابت باشد، تنش مقدار ثابتی دارد. بنابراین با جداکردن سازه در این فواصل مقدار تنش را در هر بازه که در آن P و EA ثابت است به‌دست آورده و با هم مقایسه می‌کنیم. توجه داشته باشید که نیروی داخلی در هر قسمت از تعادل نیروها به‌دست می‌آید:

فاصله DE :

$$F_{DE}=-P\Rightarrow\sigma_{DE}=\frac{-P}{A}\ (\text{فشاری})$$

فاصله CD :

$$F_{CD}=-P\Rightarrow\sigma_{CD}=\frac{-P}{۲A}\ (\text{فشاری})$$

فاصله BC :

$$F_{BC}=۲P-P=P\Rightarrow\sigma_{BC}=\frac{+P}{۲A}\ (\text{کششی})$$

فاصله AB :

$$F_{AB}=۲P-P-۳P=-۲P\Rightarrow\sigma_{AB}=\frac{-۲P}{۳A}\ (\text{فشاری})$$

بنابراین حداقل و حداکثر تنش درسازه برابر است با:

$$\sigma_{max} = \frac{P}{A} \quad , \quad \sigma_{min} = \frac{P}{2A}$$

ج) برای محاسبهٔ تغییر مکان نقطه D با توجه به صفر بودن تغییرمکان نقطه A با در نظر گرفتن این نقطه به عنوان مبنا و جهت مثبت تغییر مکان به سمت راست خواهیم داشت:

$$\Delta_D = \Delta_{DA} = \Delta_{AB} + \Delta_{BC} + \Delta_{CD} = (\frac{FL}{EA})_{AB} + (\frac{FL}{EA})_{BC} + (\frac{FL}{EA})_{CD}$$

$$\Delta_D = (\frac{(-2P)\times L}{3EA}) + (\frac{P\times L}{2EA}) + (\frac{(-P)\times L}{2EA}) = -\frac{2PL}{3EA}$$

با توجه به اینکه جهت مثبت تغییرمکان را به سمت راست در نظر گرفته‌ایم بنابراین منفی بدست آمدن Δ_D بیانگر این است که این نقطه به سمت چپ جابه‌جا خواهد شد.

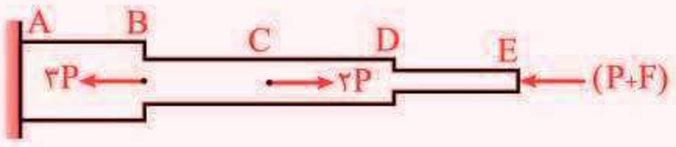
د) تغییر فاصله بین دو نقطه B و C برابر تغییر طول میله BC می‌باشد. بنابراین این تغییر طول برابر است با:

$$\Delta_{B,C} = (\frac{FL}{EA})_{BC} = +\frac{PL}{2EA}$$

مثبت به‌دست آمدن $\Delta_{B,C}$ نشان می‌دهد که نقاط B و C به مقدار فوق از هم دور خواهند شد.

چراجویی: در تمرین فوق، می‌خواهیم با قرار دادن نیروی F در نقطه E تغییر مکان این نقطه صفر شود. در این‌صورت مقدار و جهت نیروی F چقدر است؟

حل: ابتدا نیروی فرضی F را در جهت دلخواه در نقطه E قرار میدهیم و سپس با محاسبه نیروی داخلی در هر ناحیه برحسب P و F و صفر قرار دادن تغییر مکان نقطه F مقدار نیروی F را بدست می‌آوریم.



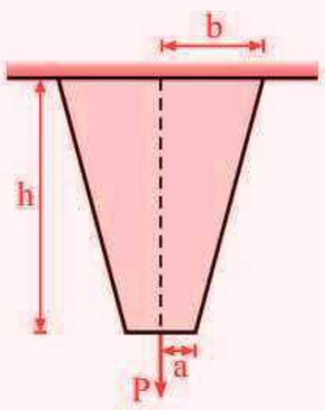
$$\begin{cases} F_{DE} = -(P+F) \\ F_{CD} = -(P+F) \\ F_{BC} = 2P - P - F = (P-F) \\ F_{AB} = -3P + 2P - P - F = -(2P+F) \end{cases}$$

$$\Delta_E = \Delta_{EA} = \Delta_{AB} + \Delta_{BC} + \Delta_{CD} + \Delta_{DE} = (\frac{FL}{EA})_{AB} + (\frac{FL}{EA})_{BC} + (\frac{FL}{EA})_{CD} + (\frac{FL}{EA})_{DE}$$

$$\Delta_E = -\frac{(2P+F)L}{3EA} + \frac{(P-F)L}{2EA} - \frac{(P+F)L}{2EA} - \frac{(P+F)L}{EA} = 0 \Rightarrow F = -\frac{5}{7}P$$

منفی به دست آمدن نیروی F نشان میدهد که این نیرو باید در خلاف جهت قرار داده شده و به سمت راست قرار داده شود تا تغییر مکان نقطه E صفر شود.

تمرین ۳: **مطابق شکل مخروط ناقص بدون وزن با سطح مقطع دایره به شعاع a در پایین و شعاع b در بالای آن تحت اثر بار P در انتهای خود قرار گرفته است. در این صورت تغییر ارتفاع مخروط چقدر خواهد بود؟**



۱) $\frac{Ph}{E\pi ab}$

۲) $\frac{1}{2}\frac{Ph}{E\pi ab}$

۳) $\frac{1}{3}\frac{Ph}{E\pi ab}$

۴) $\frac{1}{6}\frac{Ph}{E\pi ab}$

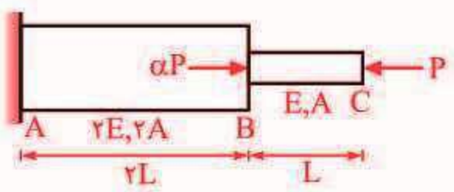
تست‌های فصل اول

سوالات آزاد و تالیفی

۱- تغییر مکان انتهای یک میله استوانه‌ای به وزن W و طول L که از تکیه‌گاه خود آویـزان اسـت چقـدر اسـت؟ (EA = const) (آزاد - ۸۶)

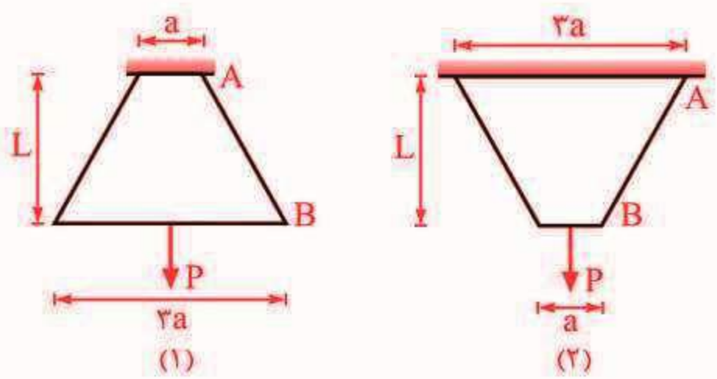
۱) $\frac{WL}{۲EA}$ ۲) $\frac{WL}{۳EA}$ ۳) $\frac{WL}{۴EA}$ ۴) $\frac{WL}{EA}$

۲- تغییر مکان نقطه C در تیر ABC ، صفر می‌باشد. در این صورت تغییر مکان نقطه B کدام است؟



۱) $\frac{۳PL}{۲EA}$ ۲) $\frac{۳PL}{۴EA}$ ۳) $\frac{PL}{۲EA}$ ۴) $\frac{PL}{EA}$

۳- دو میله (۱) و (۲) با مقطع مستطیلی که ضخامت عمود بر صفحه آن‌ها در طولشان ثابت و برابر t اسـت، دارای عرض متغیر می‌باشند. تغییر طول این دو میله در کدام گزینه درست بیان شده است؟



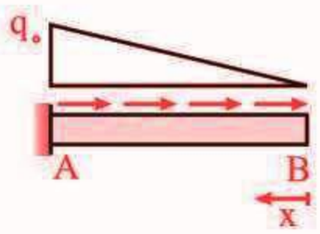
۱) $\Delta_۱ = \Delta_۲ = \frac{PL}{۲Eat} Ln۳$

۲) $\Delta_۱ = \Delta_۲ = \frac{PL}{Eat} Ln۳$

۳) $\Delta_۱ = ۲\Delta_۲ = \frac{PL}{۲Eat} Ln۳$

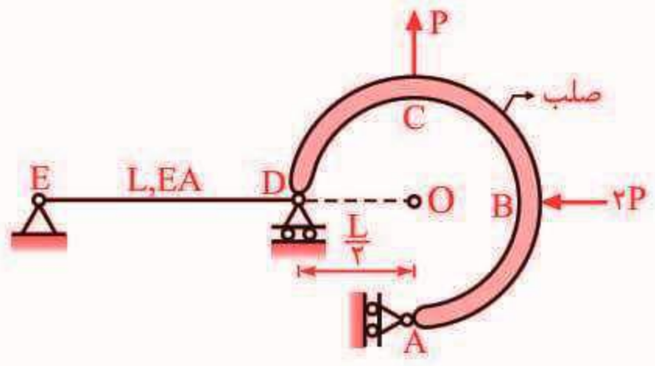
۴) $\Delta_۲ = ۲\Delta_۱ = \frac{PL}{۲Eat} Ln۳$

۴- در تیر زیر که تحت اثر تنش طولی $q(x) = q_۰\frac{x}{L}$ می‌باشد تغییر طول تیر چقدر است؟ (EA ثابت است.) (آزاد - ۸۹)



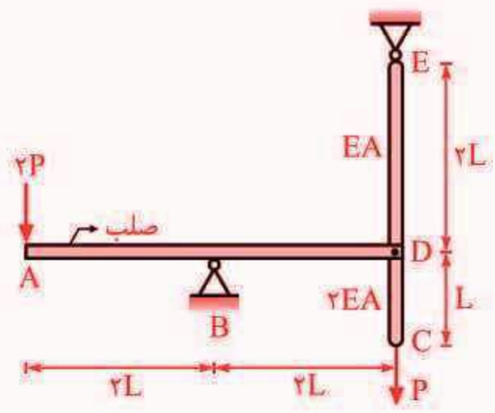
۱) $\frac{q_۰L^۲}{۸EA}$ ۲) $\frac{q_۰L^۲}{۲EA}$ ۳) $\frac{q_۰L^۲}{۳EA}$ ۴) $\frac{q_۰L^۲}{۶EA}$

۵- در شکل زیر، تغییر مکان افقی نقطه D چقدر است؟ (ABCD قطاعی از دایره است)



۱) $\frac{PL}{EA}$ ۲) $\frac{۲PL}{EA}$ ۳) صفر ۴) $\frac{۳PL}{EA}$

۶- **تغییر مکان قائم انتهای C از سازه زیر، کدام است؟**



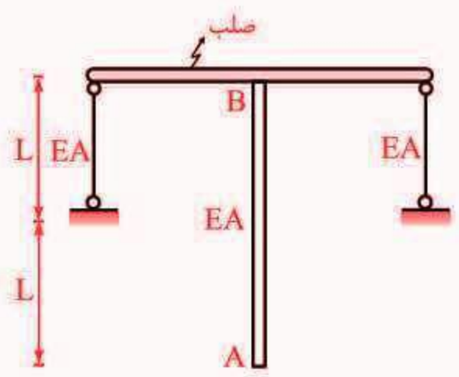
۱) صفر

۲) $\frac{PL}{EA}$ به سمت بالا

۳) $\frac{۳PL}{۲EA}$ به سمت پایین

۴) $\frac{۳PL}{۲EA}$ به سمت بالا

۷- **در سازه متقارن نشان داده شده وزن واحد طول میله AB برابر با q می‌باشد و از وزن سایر اعضا صرفنظر شده است. تغییر مکان نقطه A کدام است؟** (آزاد - ۹۱)



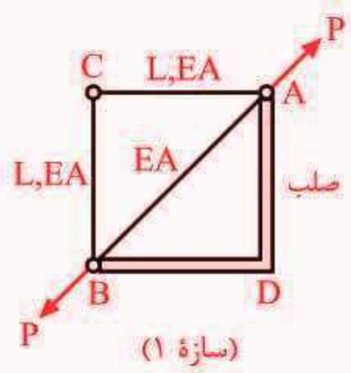
۱) $۲\frac{qL^۲}{EA}$

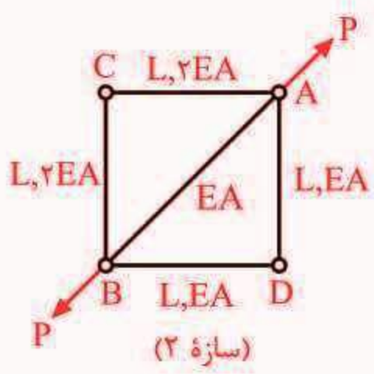
۲) $۳\frac{qL^۲}{EA}$

۳) $۴\frac{qL^۲}{EA}$

۴) $۵\frac{qL^۲}{EA}$

۸- **تغییر فاصله دو گره A و B در سازه‌های (۱) و (۲) به ترتیب کدام است؟**





۱) $\Delta_۲ = \frac{\sqrt{۲}PL}{EA}$ ، $\Delta_۱ = \frac{\sqrt{۲}PL}{EA}$

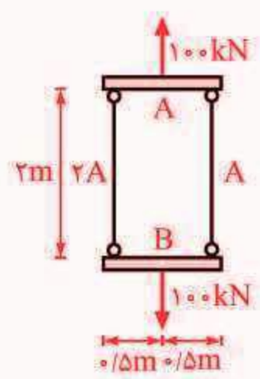
۲) $\Delta_۲ = \frac{PL}{EA}$ ، $\Delta_۱ = ۰$

۳) $\Delta_۲ = \frac{\sqrt{۲}PL}{EA}$ ، $\Delta_۱ = ۰$

۴) $\Delta_۲ = \frac{\sqrt{۲}PL}{۲EA}$ ، $\Delta_۱ = \frac{\sqrt{۲}PL}{۲EA}$

۹- **در سازه زیر، بارهای ۱۰۰kN به قطعه‌های صلب افقی وارد شده‌اند. تغییر فاصله AB چند mm است؟**

$(A = ۱۰۰۰\ mm^۲ ، E = ۲۰۰\ GPa)$



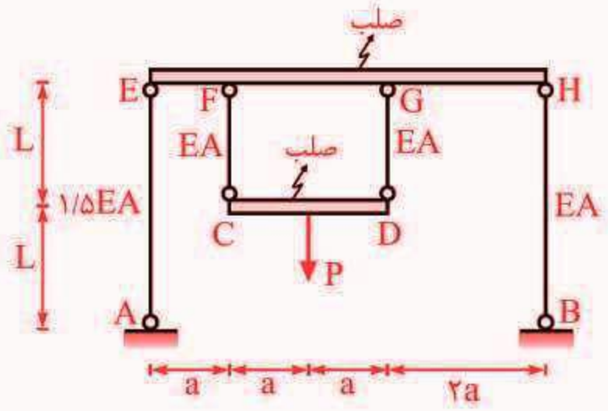
۱) ۰/۲۵ mm

۲) ۰/۷۵ mm

۳) ۰/۳۷۵ mm

۴) ۰/۵ mm

۱۰- **در شکل زیر، تغییر مکان قائم محل اعمال بار P کدام است؟**



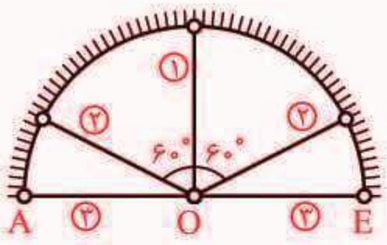
۱) $\frac{PL}{۲EA}$

۲) $\frac{۹PL}{۱۰EA}$

۳) $\frac{۱۳PL}{۱۰EA}$

۴) $\frac{۲PL}{۵EA}$

۵۳- در سازهٔ نشان داده شده، تمام میله‌ها مشابه هستند (α, E, A, L) چنانچه دمای میله‌های (۱) و (۲) را به اندازهٔ ΔT افزایش دهیم نیروی میله‌ها کدام است؟



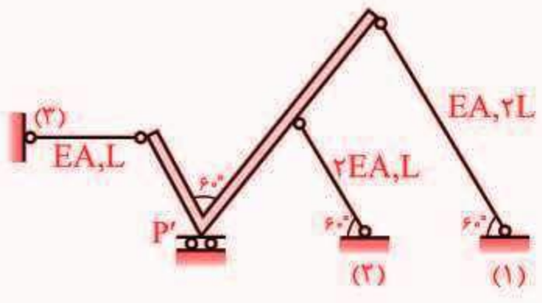
۱) $F_1 = \frac{1}{3}\alpha\Delta TEA$ (کششی)، $F_2 = \frac{1}{3}\alpha\Delta TEA$ (فشاری)، $F_3 = 0$

۲) $F_1 = F_2 = F_3 = \frac{1}{3}\alpha\Delta TEA$ (فشاری)

۳) $F_1 = F_2 = F_3 = 0$

۴) $F_1 = \alpha\Delta TEA$ (کششی)، $F_2 = \alpha\Delta TEA$ (فشاری)، $F_3 = 0$

۵۴- در شکل زیر، قطعه هاشور خورده کاملاً صلب می‌باشد که به وسیله جوش روی صفحه P' قرار گرفته است و لذا نمی‌تواند آزادانه دوران کند. اگر دمای میله (۱) را به اندازه ΔT کاهش دهیم، چه نیرویی در میله (۳) ایجاد می‌شود؟



۱) $\frac{2}{5}\alpha\Delta TEA$

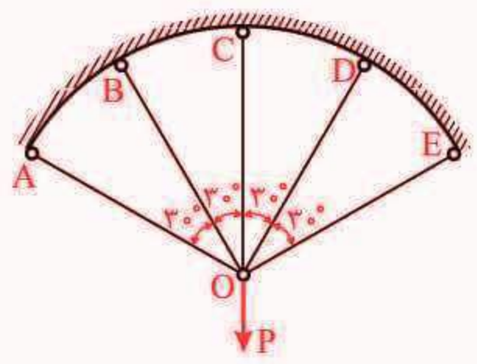
۲) $\frac{4}{5}\alpha\Delta TEA$

۳) $\frac{4}{13}\alpha\Delta TEA$

۴) $\frac{2}{13}\alpha\Delta TEA$

سوالات ارشد و دکتری سراسری

۵۵- در شکل زیر یک خرپا نشان داده شده است. صلبیت محوری، طول و ضریب انبساط حرارتی تمامی میله‌ها به ترتیب برابر EA، L و α است. دمای میله OC چقدر کاهش داده شود تا نیروی میله‌های OB و OD برابر صفر باشد؟ (سراسری - ۹۵)



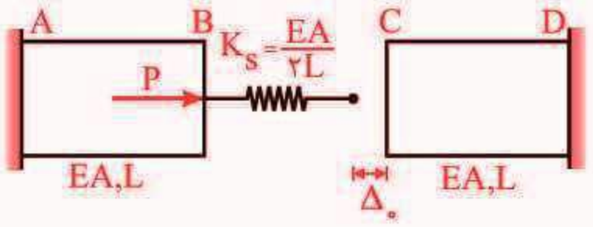
۱) ۰

۲) $\frac{P}{\alpha EA}$

۳) $\frac{P}{2\alpha EA}$

۴) $\frac{2P}{\alpha EA}$

۵۶- در سازه زیر، فنر به اندازه، Δ_0 کوتاه ساخته شده است. چنانچه بدانیم پس از اتصال فنر به نقطه C، نیروی ایجاد شده در فنر، فشاری و برابر $\frac{P}{8}$ باشد، مقدار، Δ_0 کدام است؟ (سراسری - ۹۵)



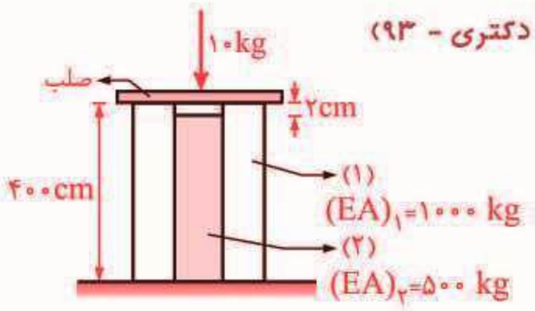
۱) $\frac{PL}{2EA}$

۲) $\frac{PL}{4EA}$

۳) $\frac{PL}{8EA}$

۴) $\frac{3PL}{8EA}$

۵۷- در شکل زیر، غلاف لوله ای (۱) هسته (۲) را در برگرفته است. چنانچه هسته، ۲ سانتی متر نسبت به غلاف کوتاه ساخته شده باشد، نیروی وارد بر کلاهک صلب به چه نسبتی بین آنها توزیع می‌شود؟ $(\frac{P_2}{P_1} = ?)$ (سراسری - ۹۴، دکتری - ۹۳)

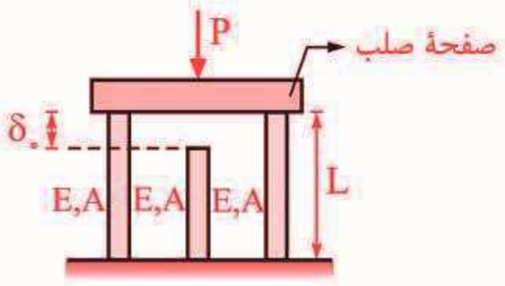


۱) صفر
۲) $\frac{۱}{۵}$
۳) $\frac{۱}{۳}$
۴) $\frac{۱}{۴}$

۵۸- ظرفی استوانه‌ای با سطح مقطع دایره با شعاع خارجی یک متر توسط تسمه‌های فولادی با سطح مقطع پنجاه میلی‌متر مربع (عرض ۲۵ و ضخامت دو میلی‌متر) به‌طور محکم دور پیچ شده است. اگر بر اثر فشار داخلی قطر خارجی ظرف به اندازه یک میلی‌متر افزایش یابد، افزایش نیرو در هر تسمه بر حسب kN حدوداً چقدر است؟ (مدول ارتجاعی فولاد E = ۲۰۰ GPa می‌باشد.) (دکتری - ۹۴)

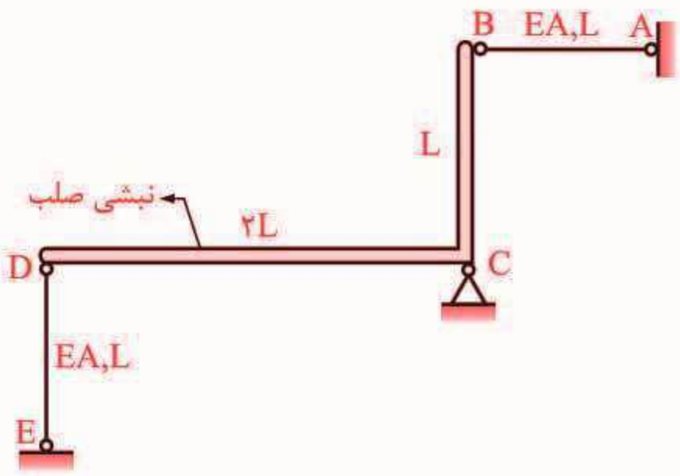
۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۱۰ ۴) ۲۰

۵۹- در سازهٔ متقارن زیر، نیروی P در وسط یک صفحهٔ صلب که بر روی سه تکیه‌گاه الاستیک قائم قرار دارد وارد می‌شود. هر سه تکیه‌گاه از مصالح یکسان ساخته شده و سطح مقطع مشابهی دارند و فقط تکیه‌گاه وسط به اندازهٔ $\delta_\circ$ کوتاهتر از L است. اگر $\delta_\circ > \frac{\sigma_{all} L}{E}$ باشد، حداکثر نیروی مجاز P چقدر است؟ (σ_{all} تنش مجاز مصالح است.) (دکتری - ۹۴)



۱) $۲\sigma_{all} A$
۲) $۳\sigma_{all} A$
۳) $\left[۳\sigma_{all} - \frac{\delta_\circ E}{L}\right] A$
۴) $۳\left[\sigma_{all} - \frac{\delta_\circ E}{L}\right] A$

۶۰- میلهٔ AB بر اثر خطای ساخت به اندازهٔ $\delta_\circ$ کوتاه ساخته شده است. چنانچه گره B در جای خود بر روی نبشی صلب مطابق شکل مستقر گردد، نیروی محوری اعضای AB و DE چه مقدار می‌باشد؟ (جنس و طول دو میله یکسان است) (سراسری - ۹۳)

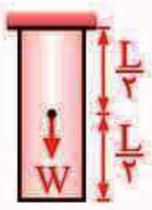


۱) $F_{DE} = \frac{۱}{۱۰}\frac{EA}{L}\delta_\circ \, ، F_{AB} = \frac{۱}{۵}\frac{EA}{L}\delta_\circ$
۲) $F_{DE} = \frac{۱}{۵}\frac{EA}{L}\delta_\circ \, ، F_{AB} = \frac{۲}{۵}\frac{EA}{L}\delta_\circ$
۳) $F_{DE} = \frac{۴}{۵}\frac{EA}{L}\delta_\circ \, ، F_{AB} = \frac{۸}{۵}\frac{EA}{L}\delta_\circ$
۴) $F_{DE} = \frac{۲}{۵}\frac{EA}{L}\delta_\circ \, ، F_{AB} = \frac{۴}{۵}\frac{EA}{L}\delta_\circ$

پاسخ تست‌های فصل اول

۱- (۱) ساده

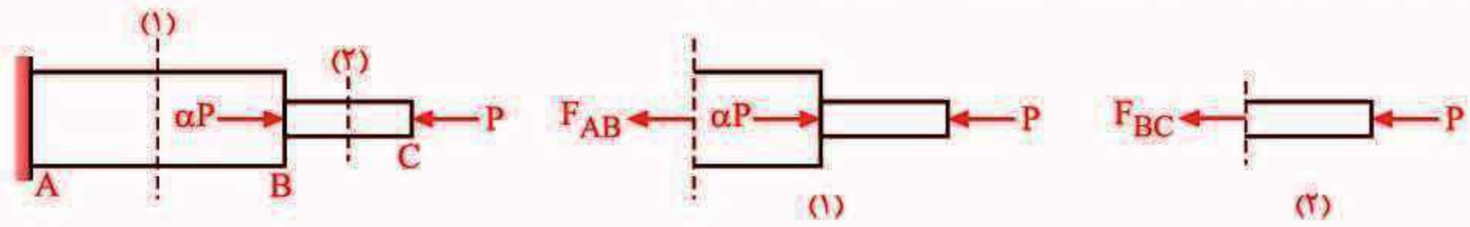
با توجه به نکات بیان شده در درسنامه می‌توان وزن میله را در فاصله $\frac{L}{۲}$ از تکیه‌گاه قرار داد.



$$\Delta = \frac{W \times \frac{L}{۲}}{EA} = \frac{WL}{۲EA}$$

۲- (۴) ساده

ابتدا با توجه به صفر بودن تغییر مکان نقطهٔ C ضریب α را می‌یابیم. تغییر مکان نقطهٔ C، ناشی از دو عامل می‌باشد. با توجه به مقاطع (۱) و (۲) در BC و AB، داریم:



$$\sum F_x = ۰ \Rightarrow F_{AB} = \alpha P - P \quad , \quad \sum F_x = ۰ \Rightarrow F_{BC} = -P$$

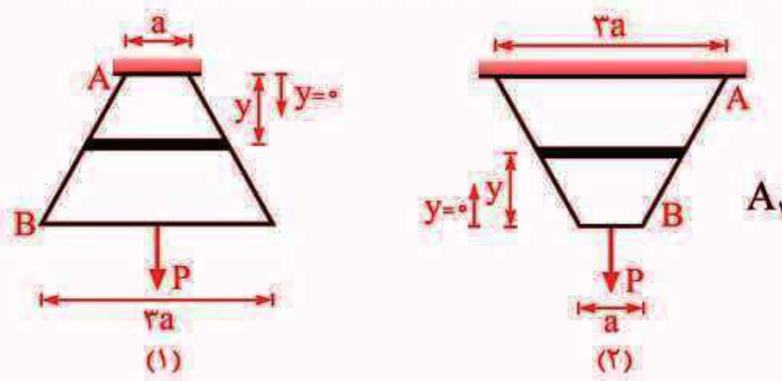
$$\Delta_C = \underbrace{\Delta_{C/B}}_{\text{تغییر طول BC}} + \underbrace{\Delta_{B/A}}_{\text{تغییر طول AB}} = (\frac{FL}{EA})_{BC} + (\frac{FL}{EA})_{AB} = -\frac{PL}{EA} + \frac{P(\alpha - ۱)(۲L)}{(۲E)(۲A)} = ۰ \Rightarrow \alpha = ۳$$

اکنون می‌توان جابجایی نقطه B را بدست آورد:

$$\Delta_B = \Delta_{AB} = (\frac{FL}{EA})_{AB} = \frac{P(\alpha - ۱)(۲L)}{۴EA} \xrightarrow{\alpha = ۳} \Delta_B = \frac{PL}{EA}$$

۳- (۱) متوسط

سطح مقطع هر دو میله به‌طور پیوسته در طول آنها تغییر می‌کند. بنابراین برای محاسبه تغییر طول آنها، باید از انتگرال‌گیری استفاده کرد. اگر تابع مساحت را در ارتفاع y از هر میله، A(y) بنامیم. با توجه به شکل‌های زیر و با انتخاب مبدأ محور y در هر میله مطابق شکل، به ازاء y برابر در هر دو میله A(y) باهم برابر خواهد شد.



$$A_۱(y) = A_۲(y) = (a + \frac{۲y}{L}a)t$$

بنابراین تغییر طول میله‌ها باهم برابر است.

$$\Delta_۱ = \Delta_۲ = \int_۰^L \frac{Pdy}{EA(y)} = \int_۰^L \frac{P\,dy}{\frac{Eat}{L}(L + ۲y)} = \frac{PL}{۲Eat} \ln(L + ۲y) \Big]_۰^L = \frac{PL}{۲Eat} \ln ۳$$

نکته: رابطه روش کار مجازی در خرپاها به صورت زیر می‌باشد:

$$\Delta_{\circ}\times ۱=\sum_{i=۱}^{k}\left(\frac{NnL}{EA}\right)_i+\sum(n\alpha\,\Delta T\,L)_i+\sum_{i=۱}^{k}(n\,.\delta)_i$$

(تغییرات حرارت ← ΔT؛ نیروی محوری اعضا ← EA؛ خطای ساخت ← n)

در این رابطه داریم:

$\Delta_{\circ}$: جابجایی مورد نظر — N_i: نیروی اعضای سازه اصلی

n_i: نیروی اعضای سازه واحد — ΔT_i: تغییرات حرارت اعضای سازه اصلی

δ_i: خطای اعضای سازه اصلی

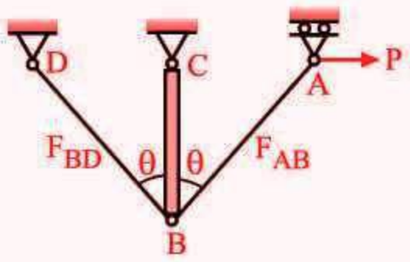
با توجه به نکته اخیر، داریم: (فقط مربوط به نیروی محوری اعضا مطرح است)

$$\Delta_{C_y}\times ۱=\left(\frac{NnL}{EA}\right)_{AB}+\left(\frac{NnL}{EA}\right)_{BC}=\frac{(-P)\times(-۱)\times L}{EA}+\frac{(-P\sqrt{۲})\times(-\sqrt{۲})\times ۲L}{EA}=\frac{۵PL}{EA}$$

ملاحظه می‌شود که در بعضی مسائل استفاده از روش کار مجازی، بسیار کارآمد است.

۲۰- (۲) متوسط

سازه داده شده معین است. تغییر مکان خواسته شده را از روش بار واحد می‌یابیم. سازه واحد نیز مانند سازه اصلی می‌باشد که به جای نیروی P، نیروی ۱ در آن قرار می‌گیرد.



$$\text{گره A}: \sum F_x=۰ \Rightarrow F_{AB}\times\sin\theta=P \Rightarrow F_{AB}=\frac{P}{\sin\theta}$$

$$\text{گره B}: \sum F_x=۰ \Rightarrow F_{BD}\times\sin\theta=F_{AB}\times\sin\theta \Rightarrow F_{BD}=\frac{P}{\sin\theta}$$

از آنجاکه عضو BC صلب است نیروی عضو BC را نمی‌یابیم. زیرا جمله مربوط به این عضو در رابطه روش بار واحد، صفر می‌شود.

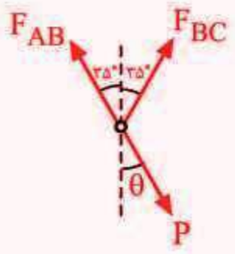
$$\Delta_{A_H}\times ۱=\sum_{i=۱}^{k}\left(\frac{nNL}{EA}\right)_i=۲\times\frac{\frac{۱}{\sin\theta}\times\frac{P}{\sin\theta}\times L}{EA}=\frac{۲PL}{EA\sin^{۲}\theta}$$

۲۱- (۲) متوسط

این طرح هنگامی اقتصادی خواهد بود که میله‌های AB و BC، به‌طور همزمان به تنش مجاز برسند و به عبارتی رابطهٔ زیر برقرار شود:

$$\frac{\sigma_{AB}}{\sigma_{all}^{AB}}=\frac{\sigma_{BC}}{\sigma_{all}^{BC}}\Rightarrow\frac{\frac{F_{AB}}{A_{AB}}}{\sigma_{all}^{AB}}=\frac{\frac{F_{BC}}{A_{BC}}}{\sigma_{all}^{BC}}\xrightarrow[A_{AB}=A_{BC}]{\sigma_{all}^{AB}=\sigma_{all}^{BC}}F_{AB}=F_{BC}$$

برای محاسبهٔ نیروی اعضای AB و BC با استفاده از قضیه سینوس‌ها داریم:



$$\frac{F_{AB}}{\sin(۱۸۰^\circ-۲۵^\circ-\theta)}=\frac{F_{BC}}{\sin(۱۸۰^\circ-۳۵^\circ+\theta)}$$

$$\Rightarrow \sin(۱۸۰^\circ-۲۵^\circ-\theta)=\sin(۱۸۰^\circ-۳۵^\circ+\theta)$$

$$\Rightarrow ۱۸۰^\circ-۲۵^\circ-\theta=۱۸۰^\circ-۳۵^\circ+\theta \Rightarrow ۲\theta=۱۰^\circ \Rightarrow \theta=۵^\circ$$

چراجویی: با فرض نسبت $\frac{a}{R}$ به‌دست آمده در تمرین صفحهٔ قبل نسبت تنش برشی حداکثر ایجاد شده در مقطع مربعی به دایره تحت لنگر پیچشی یکسان چقدر است؟

حل: با توجه به اینکه ممان اینرسی پیچشی هر دو مقطع با نسبت به‌دست آمده یکسان است داریم:

$$\begin{cases}\tau_{max}=\dfrac{Tt}{J}\\ T_1=T_2\ ,\ t_1=t_2\ ,\ J_1=J_2\end{cases}\Rightarrow (\tau_{max})_1=(\tau_{max})_2$$

تمرین ۱۰: اگر در یک مقطع جدار نازک باز ابعاد مقطع α برابر و ضخامت مقطع $\frac{1}{\alpha}$ برابر شود، مقاومت پیچشی و سختی پیچشی مقطع به ترتیب چند برابر خواهد شد؟ (آزاد - ۸۵)

۱) $\frac{1}{\alpha}$ برابر و $\frac{1}{\alpha}$ برابر ۲) $\frac{1}{\alpha}$ برابر و $\frac{1}{\alpha^2}$ برابر ۳) $\frac{1}{\alpha^2}$ برابر و $\frac{1}{\alpha}$ برابر ۴) $\frac{1}{\alpha^2}$ برابر و $\frac{1}{\alpha^2}$ برابر

حل: مقاومت پیچشی یک مقطع جدار نازک باز که از المان‌هایی با طول a_i و ضخامت‌های t_i تشکیل شده است، برابر با $T_{max}=\dfrac{(\frac{1}{3}\sum a_i t_i^3)}{t_{max}}\tau_{all}$ می‌باشد. همچنین سختی پیچشی این مقطع برابر $\dfrac{GJ}{L}=\dfrac{G\sum a_i t_i^3}{3L}$ می‌باشد. بنابراین داریم:

$$\text{ابعاد } \alpha \text{ برابر و ضخامت } \frac{1}{\alpha} \text{ برابر: مقاومت پیچشی} \Rightarrow T'_{max}=\frac{\frac{1}{3}\sum(\alpha a_i)(\frac{t_i}{\alpha})^3}{\frac{t_{max}}{\alpha}}\tau_{all}$$

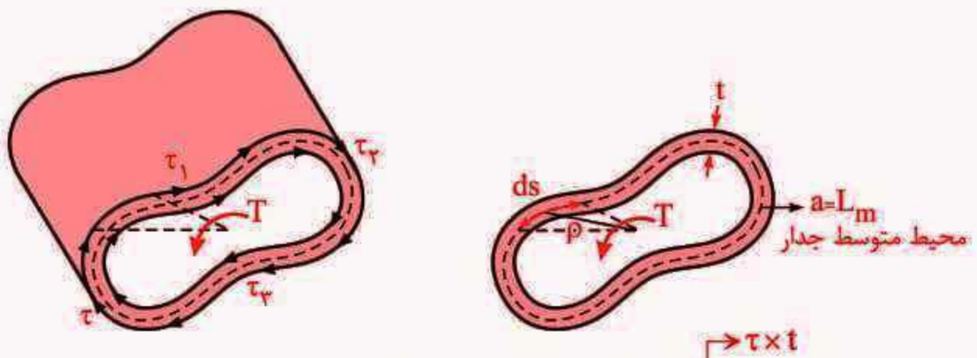
$$=\frac{1}{\alpha}\times\frac{\frac{1}{3}\sum a_i t_i^3}{t_{max}}\tau_{all}=\frac{1}{\alpha}T_{max}$$

$$\text{ابعاد } \alpha \text{ برابر و ضخامت } \frac{1}{\alpha} \text{ برابر: سختی پیچشی} \Rightarrow K'=\frac{G\sum(\alpha a_i)(\frac{t_i}{\alpha})^3}{3L}=\frac{1}{\alpha^2}K$$

بنابراین مقاومت پیچشی $\frac{1}{\alpha}$ برابر و سختی پیچشی $\frac{1}{\alpha^2}$ برابر می‌شود و گزینهٔ (۲) صحیح است.

۳-۷- محاسبه تنش برشی در مقاطع جدار نازک بسته

مقطع جدار نازک بسته مطابق شکل را در نظر بگیرید. این مقطع تحت اثر لنگر پیچشی T قرار گرفته است. در این صورت در جداره‌های مقطع تنش برشی مطابق شکل ایجاد خواهد شد. با در نظر گرفتن المانی از مقطع به طول ds و ضخامت ثابت t خواهیم داشت:

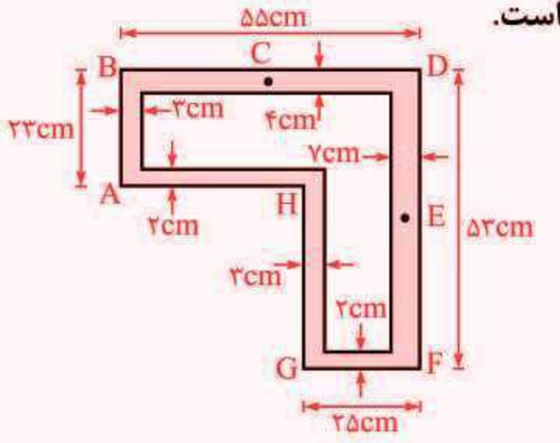


$$T=\int\rho dF=\int\rho\times\underbrace{(\tau dA)}_{dF}=\int\rho\tau\underbrace{(tds)}_{dA}=\underbrace{q}_{\tau\times t}\times\int\rho ds=2q\times A_m\Rightarrow q=\frac{T}{2A_m}$$

نکته: مقاومت پیچشی در مقطع جدار نازک بسته با تنش مجاز τ_{all} و ضخامت ثابت t از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\tau_{max}=\frac{T}{۲A_m t_{min}} \Rightarrow \tau_{max}=\tau_{all} \Rightarrow T_{max}=۲A_m t_{min}\tau_{all}$$

تمرین ۱۱: مقطع شکل مقابل تحت اثر لنگر پیچشی $T=۱۶\,ton.m$ قرار گرفته است.



الف) تنش در نقاط E و C چه نسبتی با هم دارند؟

ب) تنش برشی حداکثر در مقطع در کجا رخ می‌دهد و مقدار آن چقدر است؟

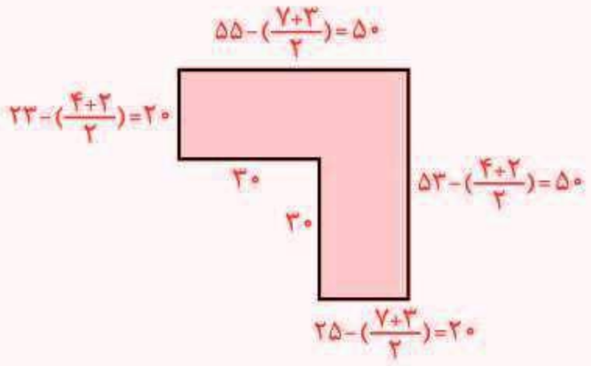
ج) ممان اینرسی پیچشی مقطع چقدر است؟

حل:

الف) با توجه به اینکه در مقاطع جدار نازک بسته جریان برش ثابت است داریم:

$$q=\tau\times t \Rightarrow \frac{\tau_E}{\tau_C}=\frac{t_C}{t_E}=\frac{۴cm}{۷cm}=\frac{۴}{۷}$$

ب) در مقاطع جدار نازک بسته حداکثر تنش در جداره‌ای با کمترین ضخامت رخ می‌دهد (جداره‌های AH و GF) و مقدار آن برابر است با:



$$A_m=(۲۰\times۵۰)+(۳۰\times۲۰)=۱۶۰۰cm^۲$$

$$\tau_{max}=\frac{T}{۲A_m t_{min}}=\frac{۱۶\times۱۰^۵}{۲\times۱۶۰۰\times۲}=۲۵۰kg/cm^۲$$

ج) ممان اینرسی پیچشی در مقاطع جدار نازک بسته از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$J=\frac{۴A_m^۲}{\sum\frac{L_i}{t_i}}=\frac{۴\times۱۶۰۰^۲}{(\frac{۵۰}{۴}+\frac{۵۰}{۷}+\frac{۲۰}{۳}+\frac{۲۰}{۲}+\frac{۳۰}{۳}+\frac{۳۰}{۲})}=\frac{۴\times۱۶۰۰^۲}{۶۱/۳}=۱۶۷۰۴۷\,cm^۴$$

چراجویی: در تمرین فوق اگر $\tau_{all}=\tau$ باشد، مقاومت پیچشی مقطع چقدر است؟

حل: با توجه به رابطه مقاومت پیچشی در مقاطع جدار نازک بسته داریم:

$$T_{max}=۲A_m t_{min}\tau_{all}=۲\times۱۶۰۰\times۲\times\tau=۶۴۰۰\tau$$

تمرین ۱۲: دو لولهٔ جدار نازک، اولی به شعاع متوسط R و ضخامت t و دومی به شعاع متوسط $۲R$ و ضخامت $\frac{t}{۲}$ می‌باشد. در اثر اعمال یک لنگر پیچشی یکسان به هر دو لوله، تنش ..... است. (سراسری- ۷۹)

۱) هر دو لوله مساوی
۲) لوله اول نصف تنش لوله دوم
۳) لوله اول دو برابر تنش لوله دوم
۴) لوله اول چهار برابر تنش لوله دوم

حل: رابطه تنش در هر دو لوله را نوشته و با هم مقایسه می‌کنیم:

$$\begin{cases}(۱):R,t\\(۲):۲R,\frac{t}{۲}\end{cases} \Rightarrow \frac{\tau_۱}{\tau_۲}=\frac{\frac{T}{۲A_{m_۱}t_۱}}{\frac{T}{۲A_{m_۲}t_۲}}=\frac{\pi R_۲^۲ t_۲}{\pi R_۱^۲ t_۱}=\frac{(۲R)^۲\times\frac{t}{۲}}{R^۲\times t}=۲ \Rightarrow \tau_۱=۲\tau_۲$$

بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است.

مقدمه

یکی از مهم‌ترین مفاهیمی که در درس مقاومت مصالح مطرح می‌شود، خمش مقـاطع و تـنش‌هـای ناشـی از آن است. اهمیت این موضوع را می‌توانید در درس‌های فولاد و بتن به وضوح مشاهده کنید. بیشتر مقاطع در سازه با استفاده از مفاهیم خمش طراحی می‌شوند و در ادامه مقادیر تنش‌های برشی و پیچشی و سـایر مـوارد در آن‌هـا کنترل می‌شود. از این رو در این فصل ابتدا به مفهوم خمش و سپس نحوهٔ محاسبه تنش‌های ناشی از خمـش در مقاطع مختلف پرداخته خواهد شد. قبل از شروع مطالب این فصل ابتدا مطـالبی از درس اسـتاتیک کـه در ایـن فصل موردنیاز می باشد را به‌عنوان پیش‌نیاز با هم مرور خواهیم کرد.

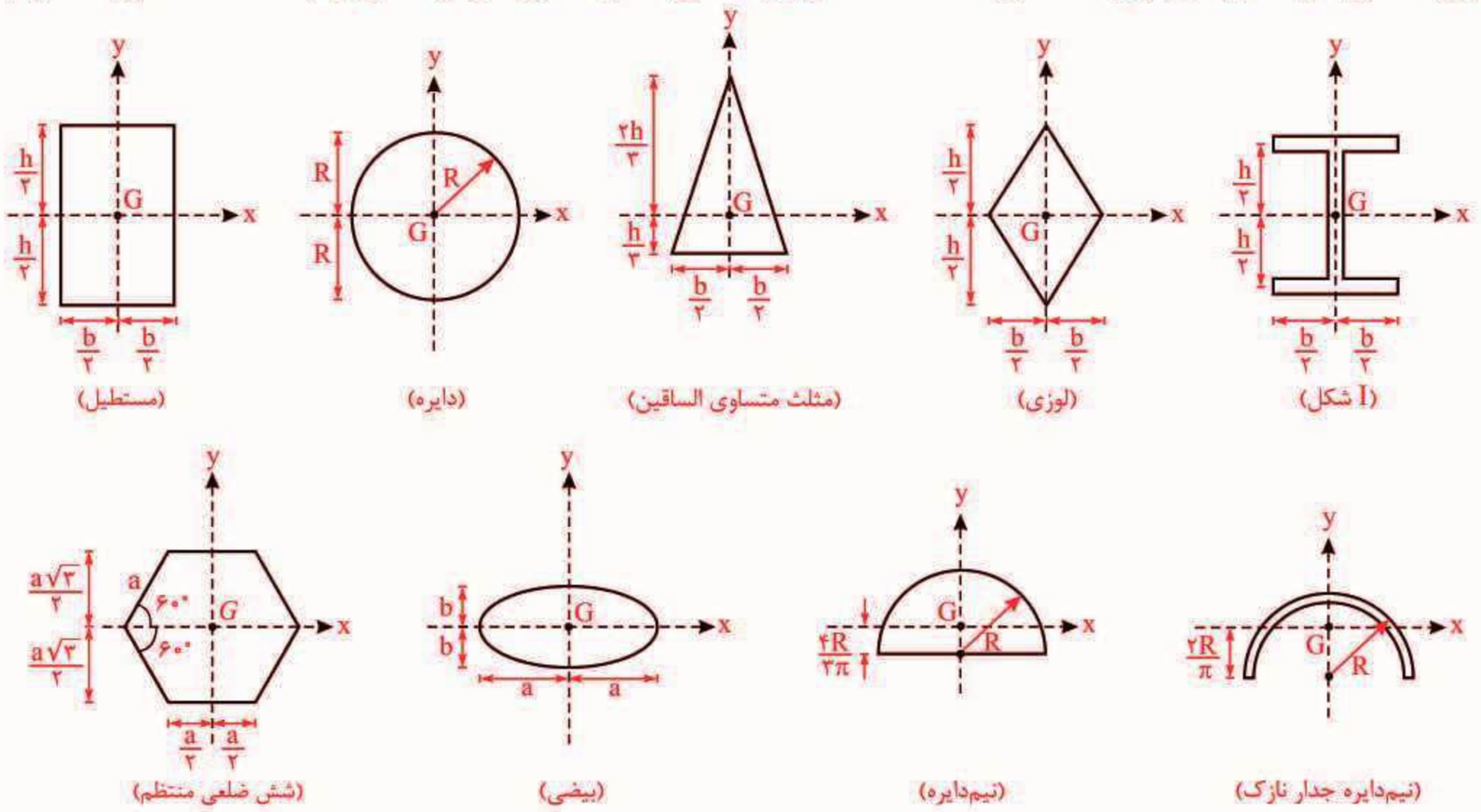
۴-۱- مروری بر مشخصات هندسی مقاطع

مشخصات هندسی مقاطع شامل ۱- مرکز سطح ۲- ممان استاتیک ۳- ممان اینرسی و ۴- اساس مقطع می‌باشد که در ادامه به تشریح هر کدام خواهیم پرداخت.

۴-۱-۱- نحوهٔ محاسبه مرکز سطح مقاطع

برای محاسبه مرکز سطح مقاطع دو حالت زیر را در نظر بگیرید:

الف) مقاطع معروف شامل بیشتر مقاطعی که از قبل با آن آشنا هستید و دارای مرکز سطح مشخصی مـی‌باشـند. این مقاطع در شکل‌های زیر مشخص شده است. دراین مقاطع محل دقیق مرکز سطح را با نماد G نشان داده‌ایم.



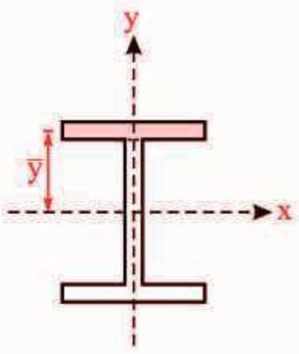
تذکر: در حالت کلی چنانچه مقطعی دارای محور تقارن باشد مرکز سطح لزوماً روی آن محور قرار دارد. (ماننـد مقطع مثلث متساوی‌الساقین و نیم دایره) و چنانچه مقطعی دو یا بیش از دو محور تقارن داشته باشد مرکز سطح مقطع در محل تقاطع دو محور یا محورهای تقارن خواهد بود. (مانند مقطع مستطیل، دایره و...)

ب) هر مقطع دیگری غیر از مقاطع معروف دارای مختصات مرکز سطحی است که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} \bar{x} = \dfrac{\sum A_i \bar{x}_i}{\sum A_i} \\ \bar{y} = \dfrac{\sum A_i \bar{y}_i}{\sum A_i} \end{cases}$$

۴-۱-۲- نحوهٔ محاسبهٔ ممان استاتیک

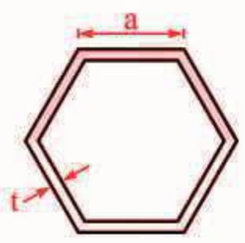
ممان استاتیک یک ناحیه از مقطع حول محوری مشخص (مـثلاً محـور x) برابـر حاصـل ضرب مساحت آن ناحیه در فاصله مرکز سطح آن ناحیـه تـا محـور مـوردنظر مـی‌باشـد. به‌عنوان مثال برای ناحیه هاشور خورده در مقطع شکل مقابل ممان استاتیک حول محور عبوری از مرکز سطح (محور x) برابر است با:



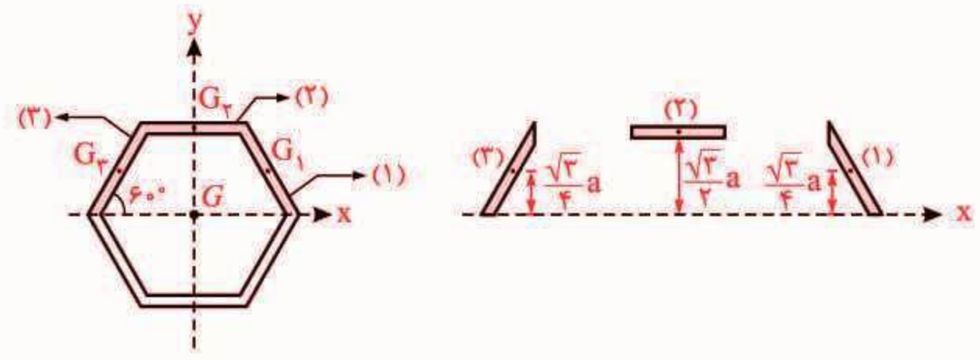
$$(Q_x)_{\text{هاشورخورده}} = A_{\text{هاشورخورده}} \times \bar{y}$$

در این حالت نیز چنانچه ناحیه هاشور خورده از چند قسمت تشکیل شده باشد مـی‌توانیـد ممـان اسـتاتیک هـر ناحیه که مشخصات آن را می‌دانید جدا حساب کرده و در نهایت با هم جمع کنید.

تمرین ۲: شکل مقابل مقطع یک شش ضلعی منتظم جدار نازک با ضخامت ثابت را نشان می‌دهد. ممان استاتیک ناحیه هاشور خورده نسبت به محور افقی عبوری از مرکز سطح آن چقدر است؟



حل: ابتدا باید توجه کنید که مقطع نشان داده شده دارای بیش از دو محور تقارن است. بنابراین مرکز سطح آن در محل تلاقی محورهای تقارن یعنی در مرکز شکل می‌باشد. از طرفـی بـرای محاسـبه ممـان اسـتاتیک ناحیـه هاشور خورده حول محور افقی عبوری از مرکز سطح (محور x) ناحیه هاشور خورده را به سه ناحیـه زیـر تبـدیل کرده و خواهیم داشت:



با مشخص شدن فاصله مرکز سطح هر یک از قسمت‌های ۱ و ۲و ۳ تا محور x ممان استاتیک برابر است با:

$$\begin{cases} Q_۱ = Q_۳ = A\bar{y} = (a \times t) \times \dfrac{\sqrt{۳}}{۴}a = \dfrac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲t \\ Q_۲ = A\bar{y} = (a \times t) \times \dfrac{\sqrt{۳}}{۲}a = \dfrac{\sqrt{۳}}{۲}a^۲t \end{cases}$$

$$\Rightarrow Q_{\text{هاشورخورده}} = Q_۱ + Q_۲ + Q_۳ = ۲ \times \frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲t + \frac{\sqrt{۳}}{۲}a^۲t \Rightarrow Q_{\text{هاشورخورده}} = \sqrt{۳}\,a^۲t$$

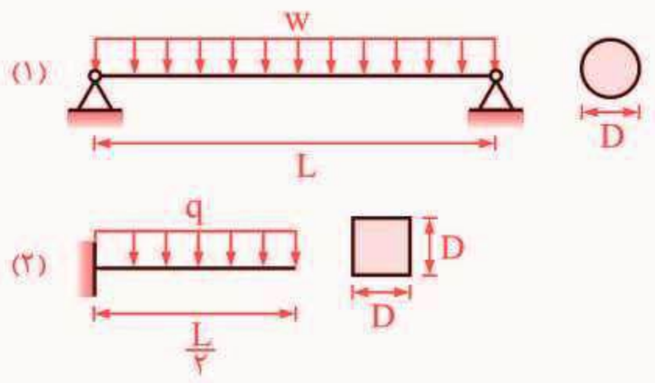
تذکر ۱: همانطور که مشاهده کردید بدون اطلاع از مرکز سطح کل ناحیهٔ هاشور خورده و با تفکیک ایـن ناحیـه به نواحی ۱ و ۲و ۳ به راحتی مقدار ممان استاتیک را با این تکنیک به دست آوردیم. با کاربرد ممان استاتیک در قسمت‌های بعدی این فصل و همچنین در فصل بعدی بیشتر آشنا خواهید شد.

تذکر ۲: حتماً تاکنون متوجه شده‌اید که ممان استاتیک ناحیه‌ای که مرکز سطح آن منطبق به محـور مـوردنظر باشد صفر است. این موضوع در فصل بعد (برش) کاربرد زیادی خواهد داشت.

تست‌های فصل پنجم

سؤالات تألیفی و آزاد

۱- در تیرهای هم جنس نشان داده شده در شکل زیر چنانچه تنش برشی حداکثر یکسان باشد، نسبت $\frac{w}{q}$ چقدر است؟



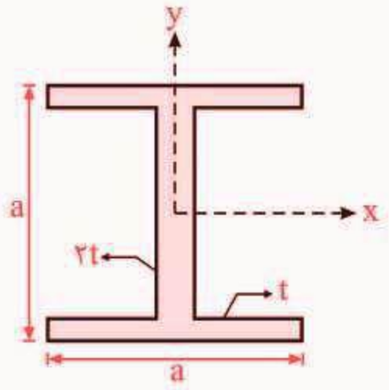
۱) $\frac{۳}{۲}\pi$

۲) $\frac{۴}{۳}\pi$

۳) $\frac{۹}{۸}\pi$

۴) $\frac{۹}{۳۲}\pi$

۲- اگر ضخامت جان مقطع I شکل زیر، دو برابر ضخامت بال‌های آن باشد، تنش برشی ماکزیمم در حالتی که نیروی برشی در راستای جان به مقطع اعمال می‌شود، چند برابر تنش برشی ماکزیمم در حالتی است که نیروی برشی در راستای بال‌های مقطع وارد شده است؟



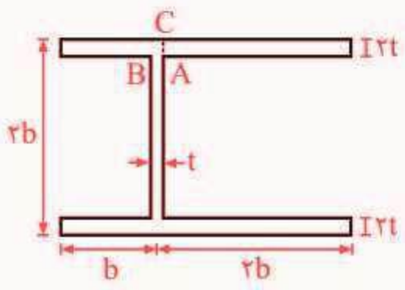
۱) $\frac{۳}{۸}$ برابر

۲) $\frac{۳}{۴}$ برابر

۳) $\frac{۲}{۳}$ برابر

۴) برابرند.

۳- نیروی برشی قائم V به مرکز برش مقطع شکل زیر اعمال می شود. نسبت $\frac{\tau_{AC}}{\tau_{AB}}$ کدام است؟



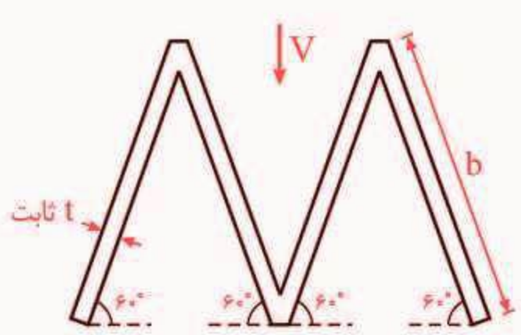
۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) $\frac{۲}{۳}$

۳) $\frac{۱}{۶}$

۴) $\frac{۱}{۳}$

۴- تنش برشی ماکزیمم ایجاد شده در مقطع شکل زیر کدام است؟



۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}\frac{V}{bt}$

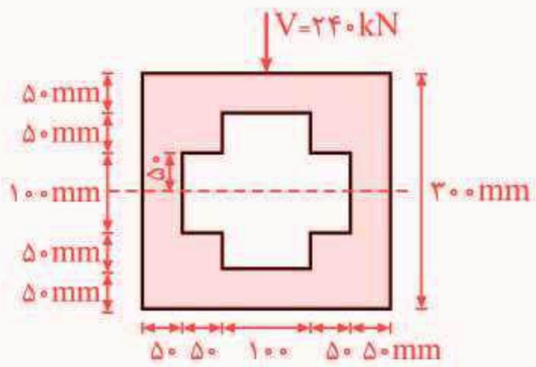
۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۴}\frac{V}{bt}$

۳) $\frac{۱}{۲}\frac{V}{bt}$

۴) $\frac{۳}{۸}\frac{V}{bt}$

سوالات آزمون کارشناسی ارشد ۹۷

۱- به مقطع تیر مجوف مطابق شکل برش ۲۴۰kN وارد می‌شود. حداکثر تنش برشی برحسب MPa چقدر است؟



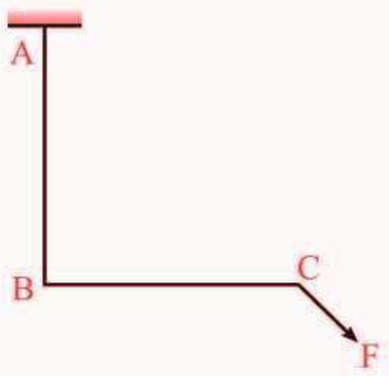
۱) ۸

۲) ۱۱

۳) ۱۳

۴) ۱۶

۲- در سیستم سازه‌ای ABC که طول و صلبیت خمشی دو قطعه با هم برابر است، اثر خمشی نیروی F تحت چه زاویه‌ای برحسب درجه (حاده با افق)، فقط باعث تغییر مکان قائم (عمودی) در نقطه C خواهد شد؟



۱) ۴۵

۲) ۳۰

۳) $\text{Arctan}(\frac{۱}{۲})$

۴) $\text{Arctan}(\frac{۲}{۳})$

۳- میله‌ای دو سرگیردار با مقطع دایره‌ای توخالی با قطر خارجی ۸۰ و قطر داخلی ۴۰ میلی‌متر و به طول ۳ متر در فاصله یک متری از تکیه‌گاه چپ تحت اثر لنگر پیچشی T قرار دارد به‌طوری که بر اثر آن کرنش برشی $\gamma = ۰/۵\times۱۰^{-۳}$ در جداره داخلی محل اثر لنگر ایجاد شده است. اگر مدول برشی برابر G = ۸۰GPa باشد، مقدار لنگر T برحسب kN.m چقدر است؟

۱) $۵/۴\pi$ ۲) $۴/۸\pi$ ۳) $۳/۶\pi$ ۴) $۱/۸\pi$

۴- در یک تیر-ستون دو سر مفصل با صلبیت خمشی EI و صلبیت محوری AE به طول L و ضریب انبساط حرارتی α مطابق شکل، مقدار تغییر درجه حرارتی که قادر باشد آن را به حد کمانش برساند، کدام است؟

۱) $\frac{\pi^۲ I}{A\alpha L^۲}$

۲) $\frac{۲\pi^۲ I}{A\alpha L^۲}$

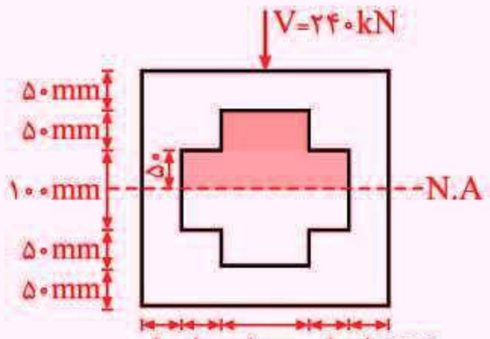
۳) $\frac{\pi^۲ EI}{\alpha L^۲}$

۴) $\frac{\pi^۲ EI}{۲\alpha L^۲}$

پاسخ سؤالات آزمون کارشناسی ارشد ۹۷

۱- (۲) متوسط

حداکثر تنش برشی روی تار خنثی می‌باشد و داریم:



$$\tau_{max}=\frac{V\times Q_{max}}{I_{N.A}\times \boxed{b}\rightarrow ۱۰۰}$$

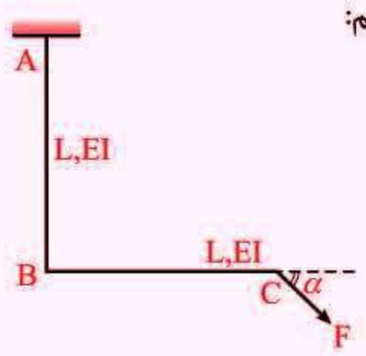
$$Q_{max}=(۱۵۰\times ۳۰۰\times \frac{۱۵۰}{۲}-۱۰۰\times ۵۰\times ۷۵-۲۰۰\times ۵۰\times ۲۵)$$

$$I_{N.A}=\frac{۳۰۰^{۴}}{۱۲}-(\frac{۱۰۰\times ۲۰۰^{۳}}{۱۲}+\frac{۵۰\times ۱۰۰^{۳}}{۱۲}\times ۲)$$

$$\Rightarrow \quad \tau_{max}=\frac{۲۴۰\times(۱۵\times ۱۵\times \frac{۳}{۲}-۵\times \frac{۱۵}{۲}-۲۵)\times ۱۰^{۴}}{\frac{۱}{۱۲}\times ۱۰۰^{۴}\times(۳^{۴}-(۲^{۳}+۱))\times ۱۰۰}=۱۱۰۰۰\,kN/mm^{۲} \quad \Rightarrow \boxed{\tau_{max}=۱۱MPa}$$

۲- (۴) متوسط

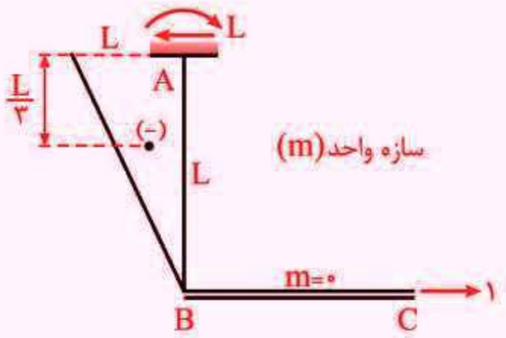
از آنجا که تغییر مکان افقی گره C برابر صفر می‌باشد مطابق با روش کار مجازی داریم:



$$۱\times \boxed{\Delta_{H_C}}=\sum \frac{A_m}{EI}.\overline{M}$$

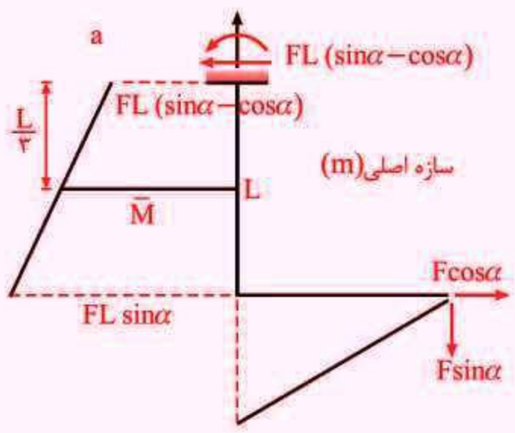
صفر

می‌بایست حاصل ضرب $A_m\times \overline{M}$ عضو AB صفر گردد لذا داریم:



$$\Rightarrow \quad \overline{M}=۰$$

$$\Rightarrow \quad (FL)(\sin\alpha-\cos\alpha)+\frac{۱}{۳}FL\cos\alpha=۰$$



$$\Rightarrow \quad \sin\alpha-\frac{۲}{۳}\cos\alpha=۰$$

$$\Rightarrow \quad tg\alpha=\frac{۲}{۳}$$

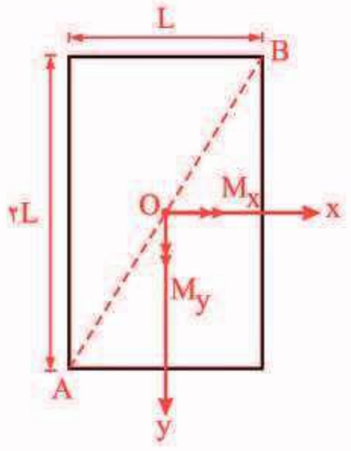
$$\Rightarrow \quad \boxed{\alpha=Arctg(\frac{۲}{۳})}$$

سؤالات آزمون دکتری ۹۷

۱- چنانچه داخل لوله‌ای جدار نازک به شعاع R و به ضخامت $t = \frac{R}{16}$ و مدول ارتجاعی E، با مصالحی به مدول ارتجاعی $\frac{E}{8}$ پر شود، در این‌صورت بار کمانش اویلر ستون لوله‌ای توپر چند برابر ستون مشابه لوله‌ای توخالی خواهد بود؟

۱) ۱/۵ ۲) ۱/۷۵ ۳) ۲ ۴) ۲/۲۵

۲- مقطع مستطیلی یک تیر مطابق شکل تحت اثر همزمان لنگرهای خمشی M_x و M_y قرار گرفته است. نسبت M_y به M_x چقدر باشد تا اینکه قطر AB محور خنثی شود؟

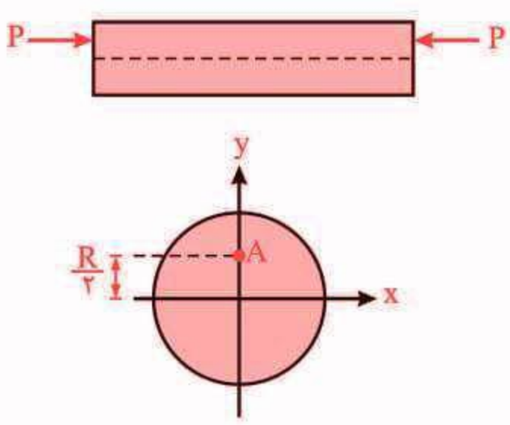


۱) $+\frac{۱}{۲}$ ۲) $-\frac{۱}{۲}$
۳) +۲ ۴) −۲

۳- در اثر اعمال لنگر پیچشی T در مقطع لوله‌ای جدار نازک، تنش برشی τ ایجاد شده است. چنانچه علاوه‌بر T، لنگر خمشی M = T نیز به مقطع اعمال شود، تنش برشی حداکثر مقطع، چند برابر خواهد شد؟

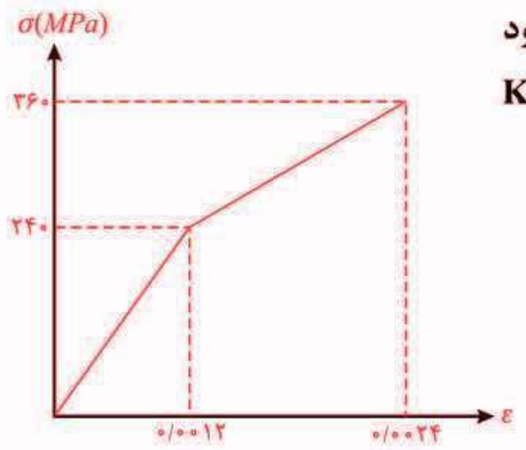
۱) ۲ ۲) ۳ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) $\sqrt{۳}$

۴- نیروهای P به دو مقطع انتهایی میله کوتاه مطابق شکل (در جهت محور x) در نقطهٔ A از مقاطع وارد می‌شوند. نسبت تنش حداکثر کششی به تنش حداکثر فشاری چقدر است؟



۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) ۲ ۴) ۳

۵- میله‌ای با جنس مصالحی که رفتار آن از منحنی مطابق شکل تبعیت می‌کند، در آزمایش تحت بار محوری، تا کرنش ۰/۰۰۲۴ به پیش می‌رود و در این کرنش، بار برداری می‌شود. مقدار انرژی تلف شده چند KJ برآورد می‌شود؟



۱) ۱۸۰
۲) ۲۸۰
۳) با توجه به داده‌ها، چنین مصالحی نمی‌تواند وجود داشته باشد.
۴) برای تعیین انرژی تلف شده، مدول ارتجاعی باید معلوم باشد.