بسم الله الرحمن الرحيم

مقدمه مولف

خداوند مهربان را سپاس که بعد از تألیف چندین جلد کتاب آموزشی و با پشتوانه بیش از پانزده سال تدریس تحلیل سازه‌ها در کلاس‌های آمادگی آزمون کارشناسی ارشد و دکتری و استفاده از تدریس دانشگاهی، امکان تألیف این اثر در راستای نشر دانش با ویژگی‌های زیر فراهم گردید:

- ✓ ارائه درسنامه موضوعی و طبقه‌بندی شده مفید در ۱۸ فصل
- ✓ ارائه و حل تمرین‌های مختلف و متنوع منطبق با هر موضوع و به‌صورت گام به گام
- ✓ ارائه آزمون‌های طبقه‌بندی شده چهار گزینه‌ای براساس موضوعات فصول کتاب
- ✓ ارائه «چراجویی» های مختلف در تمرین‌ها به‌عنوان اولین بار در صنعت نشر
- ✓ ارائه سؤالات به دقت دست‌چین شده آزمون‌های کارشناسی ارشد و دکتری و سؤالات تألیفی
- ✓ قابل استفاده برای داوطلبان آزمون کارشناسی ارشد، دکتری و نظام مهندسی و تمام دانشجویان رشته‌های عمران و مکانیک

در پایان وظیفه خود می‌دانم از تمام کسانی که در تهیه و تدوین این اثر، اینجانب را یاری نموده‌اند و همچنین از همکاران خود در انتشارات عمران‌پایه، کمال تشکر و قدردانی را بعمل آورم. امید است که با ارسال انتقادات و پیشنهادات اصلاحی اساتید و دانشجویان گرامی به آدرس اینترنتی omranpaye@gmail.com در چاپ‌های بعدی نواقص کتاب برطرف گردد.

پنام زرفام

فهرست

فصل اول:
درجه نامعینی سازه‌ها

موضوع ۱ : محاسبه درجه نامعینی در سازه
موضوع ۲ : محاسبه درجه نامعینی در تیر، خرپا و سازه‌های فضایی

مقدمه

دانشجویان عزیز توجه داشته باشید که اولین گام در تحلیل سازه‌ها تعیین پایداری و درجهٔ نامعینی در یک سازه می‌باشد. این موضوع زمانی اهمیت پیدا می‌کند که شما برای تحلیل سازه‌ها، ابتدا باید معین و نامعین بودن آنها را تشخیص داده و سپس با استفاده از روش‌های متفاوت آن‌ها را تحلیل نمائید.

بنابراین تشخیص پایداری و ناپایداری و همچنین معین یا نامعین بودن یک سازه از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در این فصل می‌خواهیم شما را با روش‌های محاسبه درجهٔ نامعینی در یک سازه آشنا سازیم و در فصل‌های بعد نحوهٔ تشخیص پایداری و ناپایداری سازه‌ها را به شما آموزش خواهیم داد. بدین منظور مطالب این فصل را در قالب موضوعات زیر برای شما بیان خواهیم کرد.

موضوع ۱: محاسبه درجه نامعینی در سازه

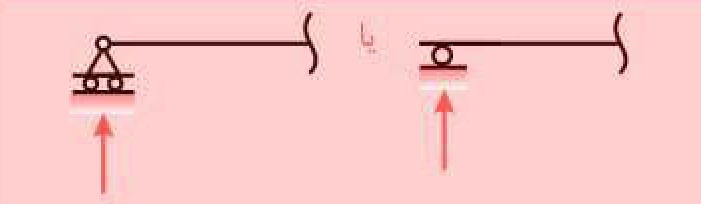
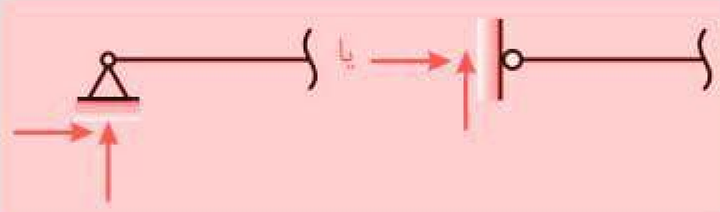
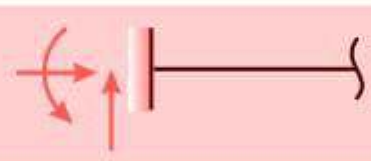
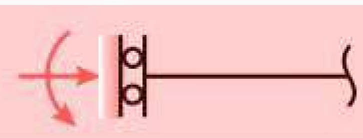
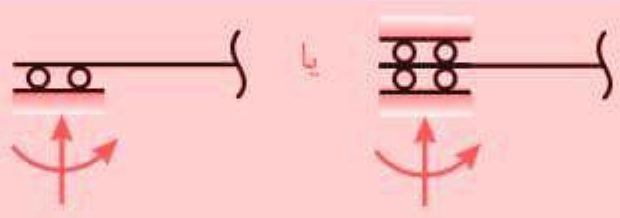
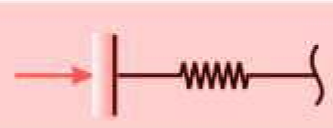
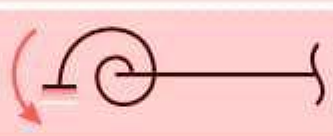
در حالت کلی برای محاسبهٔ درجه نامعینی در یک سازه از رابطهٔ زیر استفاده می‌شود:

$$n = ۳k + r - (c + ۳)$$

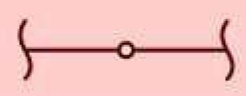
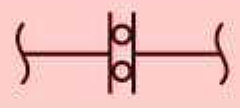
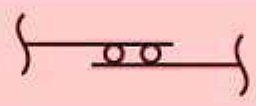
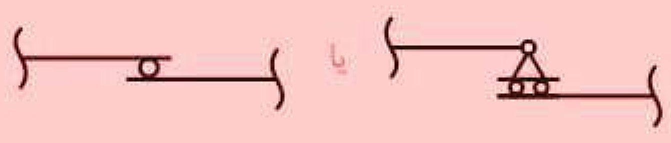
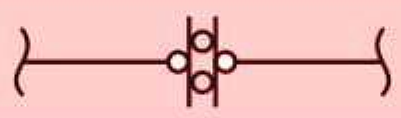
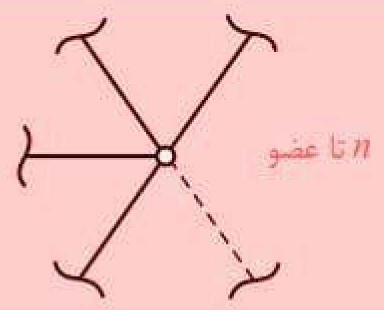
در این رابطه n تعداد درجات نامعینی سازه می‌باشد. در ادامه نحوهٔ تعیین هر یک از پارامترهای رابطه فوق و در نهایت مقدار n را به شما آموزش خواهیم داد.

۱- مفهوم پارامتر r و نحوهٔ تعیین آن: به مجموع تعداد عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی در سازه r گفته می‌شود.

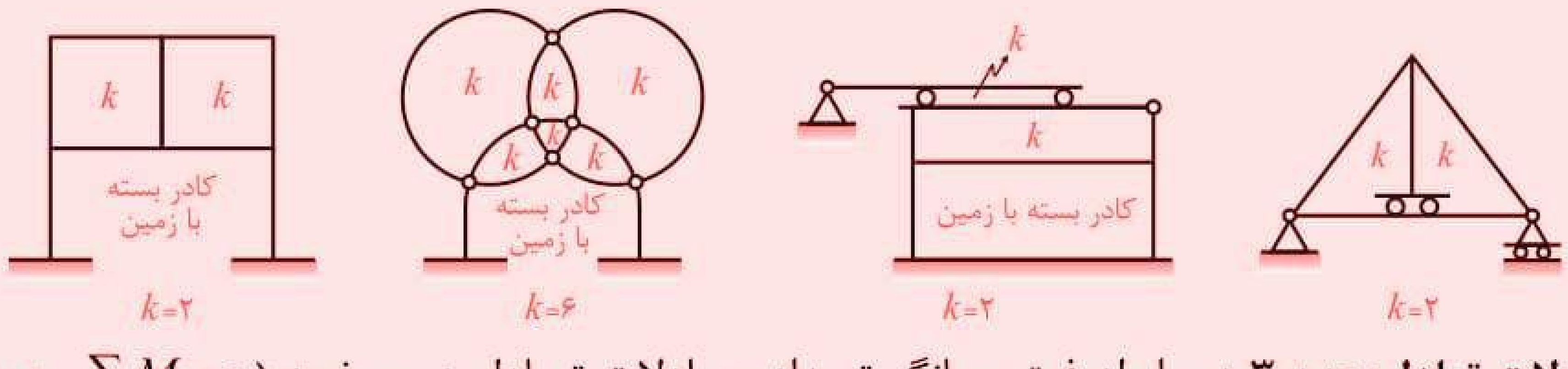
در جدول زیر انواع تکیه‌گاه‌های مرسوم در سازه و تعداد عکس‌العمل‌های آن را مشاهده می‌کنید.

نام تکیه‌گاه	شکل تکیه‌گاه	(r) تعداد واکنش‌های تکیه‌گاهی	توضیحات
غلتکی		$r = ۱$	این تکیه‌گاه تنها یک مولفه عمود بر امتداد سطح خود دارد.
مفصلی		$r = ۲$	این تکیه‌گاه یک مؤلفه عمود بر سطح و یک مؤلفه موازی با سطح خود دارد.
گیردار		$r = ۳$	این تکیه‌گاه دو مؤلفهٔ قائم و افقی و یک مؤلفهٔ دورانی دارد.
لغزنده گیردار		$r = ۲$	این تکیه‌گاه یک مؤلفهٔ عمود بر سطح و یک مؤلفهٔ دورانی دارد.
گیردار محوری		$r = ۲$	این تکیه‌گاه یک مولفه عمود بر سطح و یک مولفه دورانی دارد
فنر انتقالی		$r = ۱$	این تکیه‌گاه یک مولفه در امتداد فنر دارد.
فنر دورانی		$r = ۱$	این تکیه‌گاه یک مؤلفهٔ دورانی دارد.

۲- مفهوم پارامتر c و نحوهٔ تعیین آن: ابتدا باید توجه داشته باشید که پارامتر c برای اتصالات داخلی سازه تعریف می‌شود. در حالت کلی در محل یک عضو پیوسته سه نیروی داخلی (نیروی محوری، نیروی برشی و لنگر خمشی) موجود است. چنانچه در محل هر یک از اتصالات یک یا چند مورد از نیروهای داخلی صفر شود به همان تعداد، معادله شرط خواهیم داشت که آن را با c نشان می‌دهند. در جدول زیر تعدادی از اتصالات مهم و پرکاربرد و تعداد معادلات شرط آن‌ها را مشاهده می‌کنید.

توضیحات	تعداد (c) معادلات شرط	شکل اتصال	نام اتصال
در این اتصال لنگر خمشی تحمل نمی‌شود. $M=0$	$c=1$		مفصل خمشی
در این اتصال نیروی برشی تحمل نمی‌شود. $V=0$	$c=1$		مفصل برشی
در این اتصال نیروی محوری تحمل نمی‌شود. $N=0$	$c=1$		مفصل محوری
در این اتصال نیروی محوری و لنگر خمشی تحمل نمی‌شود. $N=M=0$	$c=2$		غلتک
در این اتصال نیروی برشی و لنگر خمشی تحمل نمی‌شود. $V=M=0$	$c=2$		مختلط
در این اتصال لنگر خمشی تحمل نمی‌شود. $M=0$	$c=n-1$		مفصل داخلی

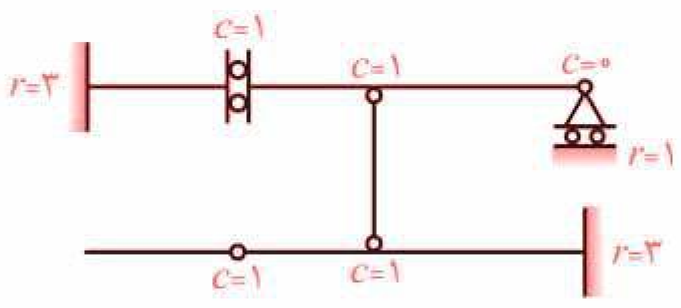
۳- مفهوم پارامتر k و نحوهٔ تعیین آن: به فضای داخلی بستهٔ ایجاد شده بین اعضای سازه، کادر بسته یا همان k گفته می‌شود. مهم‌ترین موضوع در تعیین تعداد k این است که باید تنها فضای بسته بین اعضای سازه را در نظر بگیرید و کادر بسته با زمین را شمارش نکنید. در شکل‌های زیر چند نمونه از سازه‌ها و تعداد k را در آن‌ها مشاهده می‌کنید.



۴- معادلات تعادل: عدد ۳ در رابطه فوق بیانگر تعداد معادلات تعادل در صفحه ($\sum M=0$ ، $\sum F_y=0$ و $\sum F_x=0$) می‌باشد که در فصل‌های بعد با کاربردهای آن بیشتر آشنا خواهید شد.

به این ترتیب برای محاسبهٔ درجه نامعینی در یک سازه کافی است مقدار پارامترهای فوق را به دست آورده و سپس مقدار n را محاسبه کنید.

حل: ابتدا فنر انتقالی داخلی را با عضو دو سر مفصل جایگزین و فنر انتقالی و دورانی تکیه‌گاهی را حذف می‌کنیم و سپس دو درجه به درجهٔ نامعینی سازه اضافه می‌کنیم:

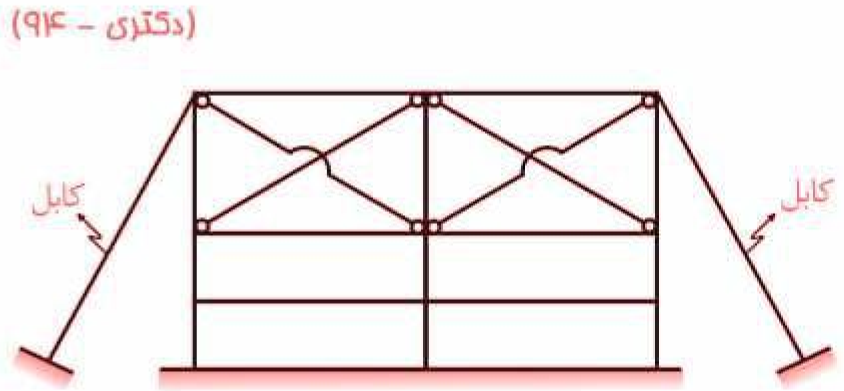


$$\begin{cases} r = ۷ \\ c = ۴ \\ k = ۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow\ n = [۳k + r - (c+۳)] + \underbrace{۲}_{\text{فنر دورانی و انتقالی تکیه‌گاهی}}$$

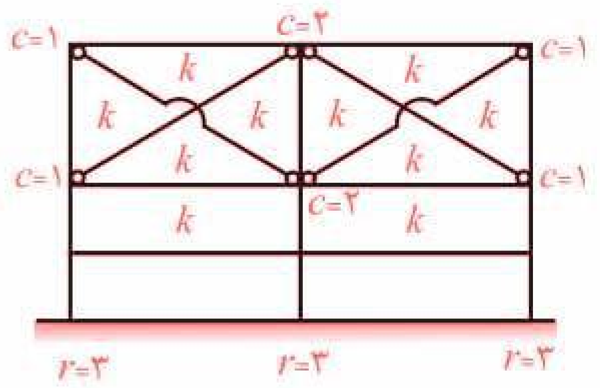
$$= [۳\times ۰ + ۷ - (۳+۴)] + ۲ = ۰ + \boxed{۲} = ۲ \quad (\text{گزینهٔ ۲})$$

تمرین ۵: تعداد درجات نامعینی سازهٔ شکل زیر کدام است؟ (دکتری - ۹۴)



۱) ۱۲
۲) ۱۶
۳) ۱۸
۴) ۲۴

حل: ابتدا کابل‌ها را از سازه حذف می‌کنیم و در انتها ۲ درجه به درجهٔ نامعینی سازه اضافه خواهیم کرد. همچنین برای در نظر گرفتن تأثیر اعضایی که از روی هم عبور کرده‌اند، ابتدا تعداد کادر بسته را شمارش کرده و سپس ۲ عدد از آن کم خواهیم کرد. در مورد کادر بسته همچنین توجه داشته باشید که کادر بسته تشکیل شده بین اعضا و زمین را نباید در نظر گرفت. بنابراین داریم:

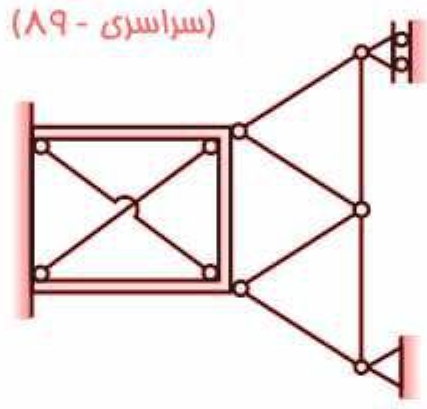


$$\begin{cases} r = ۹ \\ c = ۸ \\ k = ۱۰ - ۲ = ۸ \end{cases}$$

$$\Rightarrow\ n = [۳k + r - (c+۳)] + \underbrace{۲}_{\text{کابل}}$$

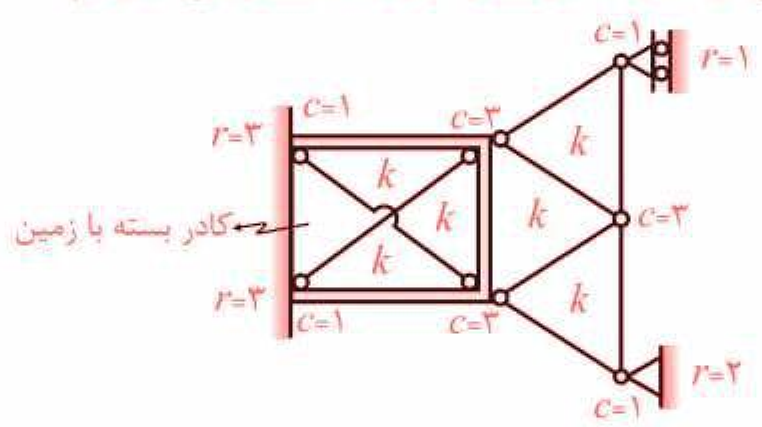
$$= [۳\times ۸ + ۹ - (۸+۳)] + ۲ = ۲۲ + \boxed{۲} = ۲۴ \quad (\text{گزینهٔ ۴})$$

تمرین ۶: تعداد درجات نامعینی سازهٔ مقابل کدام است؟ (سراسری - ۸۹)



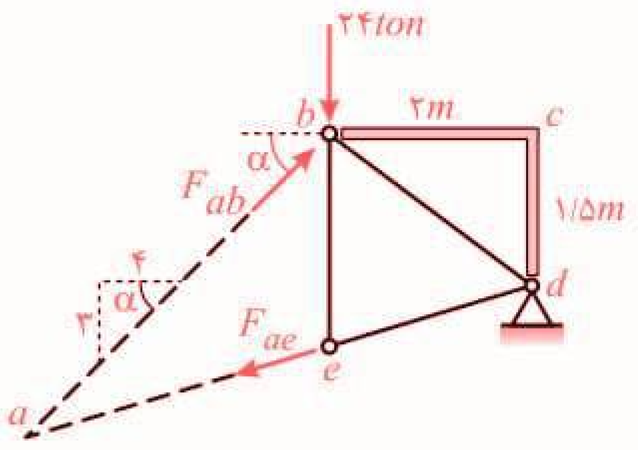
۱) ۱۵
۲) ۹
۳) ۱۳
۴) ۸

حل: تعداد عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی و معادلات شرط را روی شکل مشخص می‌کنیم. توجه داشته باشید برای محاسبهٔ تعداد کادر بسته اولاً به دلیل عبور اعضای قطری از روی هم در نهایت یک واحد از تعداد کادر بسته باید کم کنیم و همچنین کادر بسته تشکیل شده بین اعضا و زمین را نباید در نظر گرفت. بنابراین داریم:



$$\begin{cases} r = ۹ \\ c = ۱۳ \ \leftarrow \text{عبور اعضا از روی هم} \\ k = ۶ - \boxed{۱} = ۵ \end{cases}$$

$$\Rightarrow\ n = ۳k + r - (c+۳) = ۳\times ۵ + ۹ - (۱۳+۳) = ۸ \quad (\text{گزینهٔ ۴})$$



حل: ابتدا باید توجه کنید که اعضای ab و ae دو سر مفصل، مستقیم و فاقد بارگذاری هستند و خرپایی محسوب می‌شوند. بنابراین در مقطع مقابل که اعضای ab و ae در آن قطع شده‌اند، نمودار جسم آزاد به‌صورت نشان داده شده خواهد بود.

اکنون با بررسی تعادل لنگر حول نقطهٔ d در مقطع موردنظر خواهیم داشت:

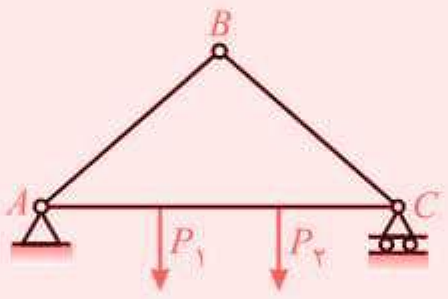
$$\sum M_d = ۰ \Rightarrow F_{ab} \cos\alpha \times ۱/۵ + F_{ab} \sin\alpha \times ۲ - ۲۴ \times ۲ = ۰$$

$$\Rightarrow F_{ab} \times \frac{۴}{۵} \times ۱/۵ + F_{ab} \times \frac{۳}{۵} \times ۲ - ۴۸ = ۰ \Rightarrow F_{ab} = ۲۰\, ton$$ (گزینهٔ ۴)

موضوع ۲: اعضای صفر نیرویی در قاب‌ها

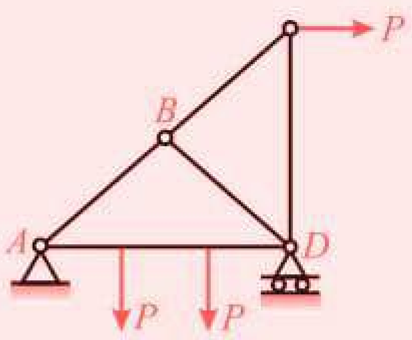
اگر در یک قاب، نیروی اعضای خرپایی صفر شود به آن‌ها اعضای صفر نیرویی گفته می‌شود. تشخیص این اعضا به حل مسئله کمک خواهد کرد و می‌توانیم آن‌ها را از سازه حذف کنیم. اکنون چند حالت متداول اعضای صفر نیرویی را برای شما بیان می‌کنیم و توضیحات تکمیلی این بخش را در فصل خرپا ارائه خواهیم کرد.

۱) هنگامی که دو عضو خرپایی غیر هم راستا در یک مفصل فاقد بارگذاری به هم رسیده باشند هر دوی آن‌ها صفر نیرویی خواهند بود. توجه داشته باشید که این موضوع نتیجهٔ بررسی تعادل مفصل خواهد بود. به عنوان مثال در قاب شکل مقابل اعضای خرپایی BA و BC صفر نیرویی هستند و می‌توانیم آن‌ها را از قاب حذف کنیم.

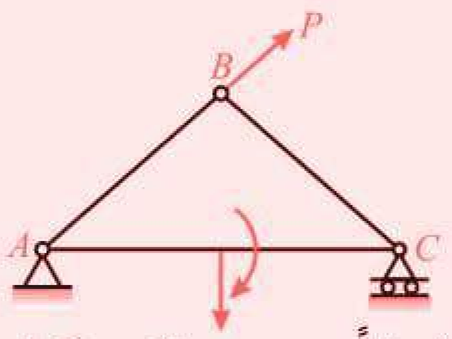


$F_{BA} = F_{BC} = ۰$

۲) هنگامی که سه عضو خرپایی در یک مفصل فاقد بارگذاری (مفصل B) به هم رسیده باشند، در صورتی که دو عضو، هم راستا و یک عضو غیرهم راستا باشد، نیروی عضو غیر هم راستا با استفاده از تعادل مفصل صفر می‌باشد. $F_{BD} = ۰$



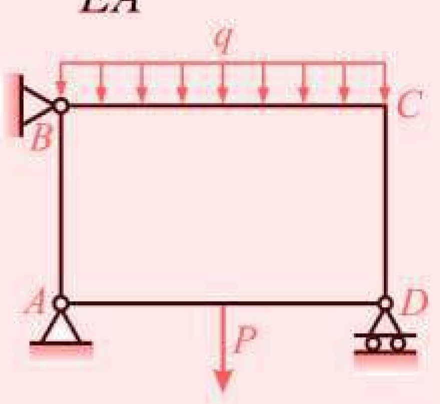
۳) هنگامی که دو عضو خرپایی غیر هم راستا در یک مفصل به هم رسیده باشند و بارگذاری در امتداد یکی از اعضا باشد، نیروی عضوی که بارگذاری در امتداد آن قرار ندارد با استفاده از تعادل مفصل صفر می‌باشد.



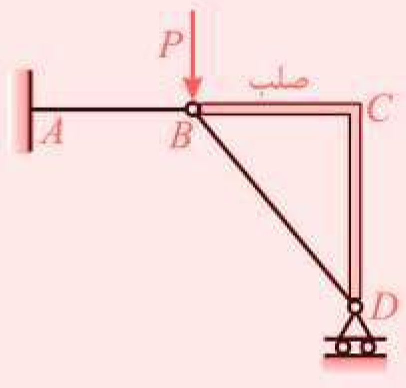
$F_{BC} = ۰ \ , \ F_{AB} = P$

۴) هنگامی که در سازه شرایطی ایجاد شود که عضو خرپایی نتواند تغییر طول دهد (مثلاً بین دو تکیه‌گاه ثابت و یا دو سر عضو صلب باشد) طبق مفاهیم مقاومت مصالح نیروی آن عضو صفر خواهد بود.

$$\Delta = \frac{FL}{EA} \Rightarrow \Delta = ۰ \Rightarrow F = ۰$$

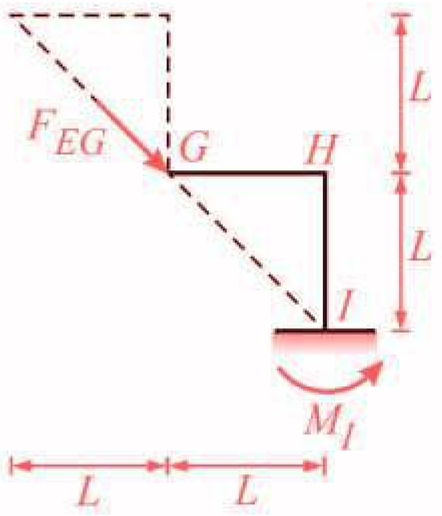


$\Delta_{AB} = ۰ \Rightarrow F_{AB} = ۰$



$\Delta_{BD} = ۰ \Rightarrow F_{BD} = ۰$

برای درک بهتر موارد فوق به تمرینات بعدی توجه نمائید.



● حل: عضو EFG از قاب نشان داده شده دو سر مفصل و فاقد بارگذاری است. بنابراین دو نیرویی بوده و می‌توان نمودار جسم آزاد قطعهٔ GHI را به شکل مقابل نشان داد:

با توجه به ابعاد سازه و امتداد اثر نیروی F_{EG} ، می‌توان گفت لنگر خمشی در تکیه‌گاه I برابر صفر است.

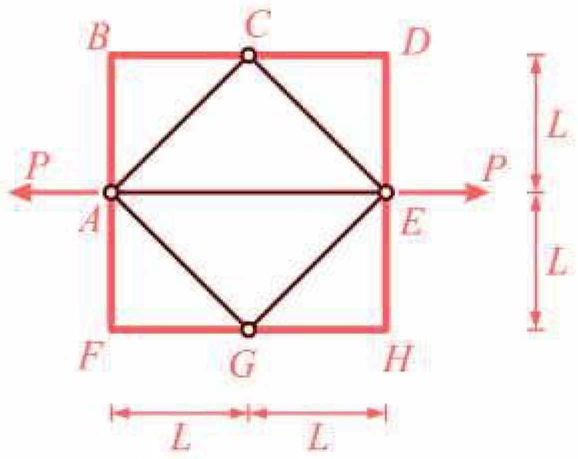
$\sum M_I = 0 \Rightarrow F_{EG} \times 0 = 0$ (گزینهٔ ۴)

تذکر: توجه داشته باشید عضو دو سر مفصل CDE دو نیرویی نیست. (چرا؟)

چراجویی: در سازهٔ تمرین فوق مقدار لنگر خمشی در نقطهٔ F چقدر است؟

● راهنمایی: ابتدا با بررسی تعادل لنگر حول نقطهٔ C در عضو CDE مقدار F_{EG} را به‌دست آورده و سپس با بررسی تعادل قطعهٔ EF مقدار لنگر در نقطهٔ F را به‌دست آورید. (پاسخ: $M_F = \frac{PL}{2}$)

تمرین ۱۴: سازه متقارن شکل زیر از چهار مثلث با زوایای صلب و میلهٔ AE و چهار مفصل A، C، E و G تشکیل شده است. تحت بارگذاری P ، نیروی محوری عضو AE را محاسبه کنید. (صلبیت همهٔ اعضاء یکسان است) (سراسری - ۸۷)



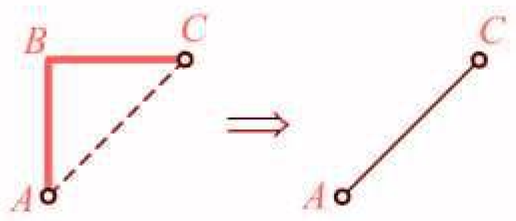
۱) صفر

۲) $\frac{P}{2}$

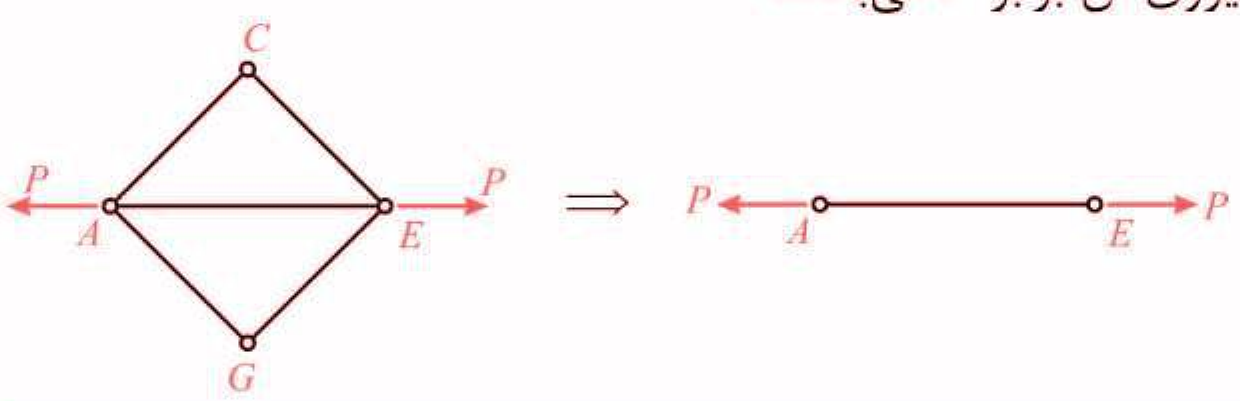
۳) $\frac{P}{3}$

۴) P

● حل: با اندکی دقت در سازه متوجه خواهید شد که چهار مثلث گوشه، دو سر مفصل و فاقد بارگذاری هستند. بنابراین دو نیرویی محسوب شده و می‌توانیم آن‌ها را با یک عضو دو سر مفصل در امتداد مفاصل آن‌ها جایگزین نماییم.



در این صورت سازه به شکل زیر تبدیل خواهد شد. اکنون و با توجه به نکات اعضای صفر نیرویی می‌توان گفت نیروی اعضای AC ، EC ، AG و EG صفر است و می‌توان آن‌ها را نیز از سازه حذف کرد که در این صورت سازه تنها شامل عضو AE خواهد شد و در نتیجه نیروی آن برابر P می‌باشد.

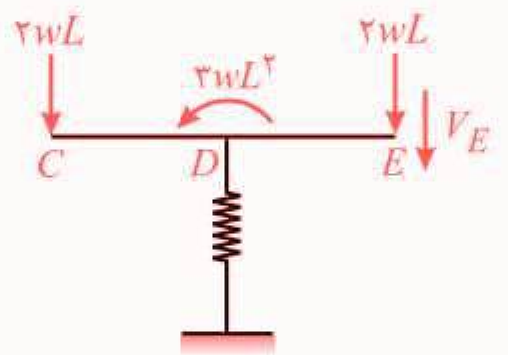


$\Rightarrow F_{AE} = P$ (گزینهٔ ۴)

چراجویی: در سازهٔ تمرین فوق چنانچه بار P به‌صورت فشاری در نقاط C و G نیز اعمال شود نیروی عضو AE چقدر خواهد بود؟

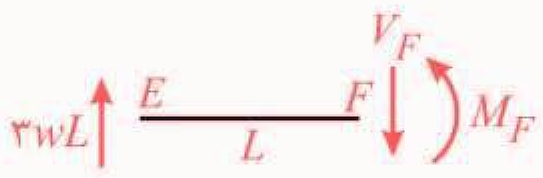
راهنمایی: در این حالت ابتدا تعادل مفصل‌های C و G را بررسی کرده و نیروی اعضای مورب را به مفصل‌های A و E منتقل کرده و سپس نیروی عضو AE را به‌دست آورید. (پاسخ: $F_{AE} = 2P$)

در ادامه تعادل قطعهٔ CDE را در نظر می‌گیریم:



$$\sum M_D = ۰ \Rightarrow ۲wL \times L + V_E \times L - ۲wL \times L - ۳wL^۲ = ۰ \Rightarrow V_E = ۳wL$$

و در نهایت با جدا کردن قطعهٔ EF داریم:

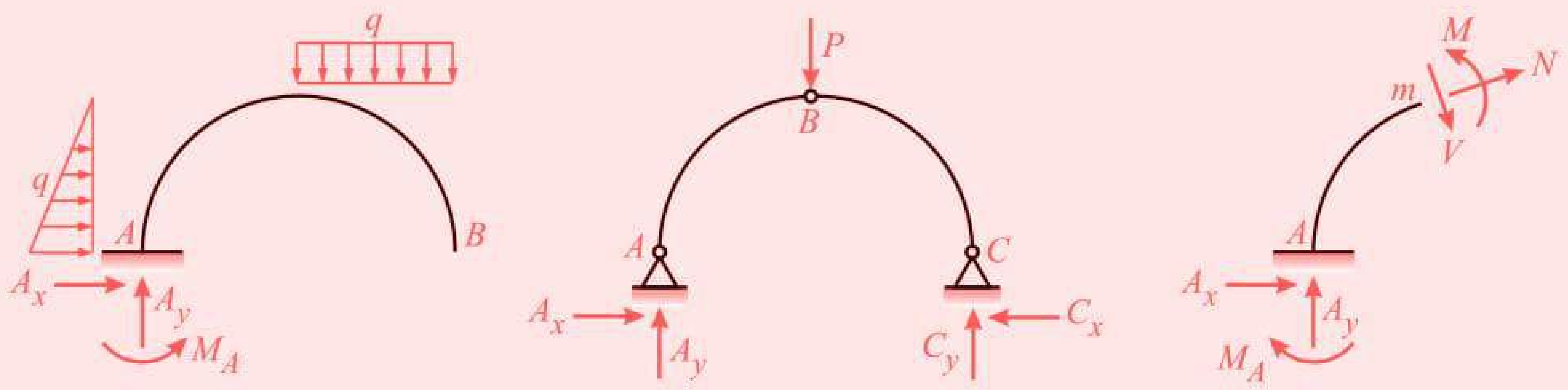


$$\sum M_F = ۰ \Rightarrow ۳wL \times L - M_F = ۰ \Rightarrow M_F = ۳wL^۲ \quad \text{(گزینهٔ ۳)}$$

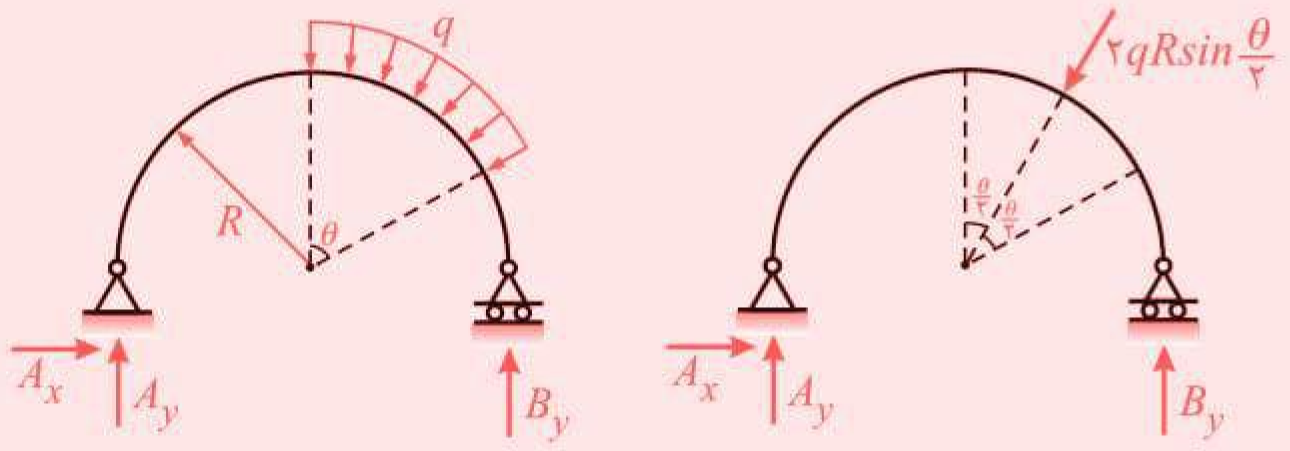
موضوع ۸: تحلیل استاتیکی قوس‌های معین

در برخی موارد سازهٔ معین به صورت قوسی بوده و نیروهای داخلی یا عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی آن مدنظر است. در این موارد و برای تحلیل سازه‌های قوسی دو حالت زیر را در نظر بگیرید:

حالت اول: بارگذاری وارد بر قوس مشابه قاب‌ها و به صورت افقی یا قائم می‌باشد. در این موارد مطابق شکل زیر، مشابه قاب‌ها با نوشتن معادلات تعادل، عکس‌العمل‌ها و نیروهای داخلی به دست می‌آید. توجه داشته باشید که در قوس‌ها، تعداد و جهت نیروهای داخلی در یک نقطه از مقطع مانند قراردادهای بیان شده می‌باشد.



حالت دوم: چنانچه بارگذاری به صورت شعاعی و روی خود قوس وارد شود، باید ابتدا برآیند آن را به دست آورید و پس از اعمال آن در مرکز بارگذاری مطابق حالت اول عمل کنید. در این حالت نیروی برآیند برابر است با:



$$F = ۲qR\sin\frac{\theta}{۲}$$

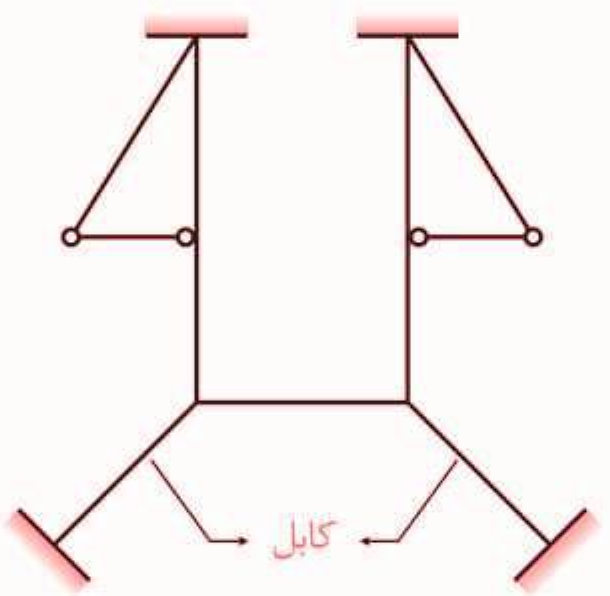
در این رابطه F نیروی برآیند، R شعاع قوس و θ زاویه کمان بارگذاری شده می‌باشد.

تذکر: سایر مواردی که تاکنون در مورد تیرها و قاب‌ها بیان کردیم شامل اعضای دو نیرویی و روابط لنگر خمشی حداکثر، در این حالت نیز برقرار است.

در ادامه با بررسی چند تمرین، نحوهٔ تحلیل سازه‌های قوسی معین را با هم مرور خواهیم کرد.

آزمون ۱- فصل‌های ۱، ۲، ۳ و ۴

۱- درجهٔ نامعینی سازه شکل مقابل کدام است؟ (سراسری - ۸۷)



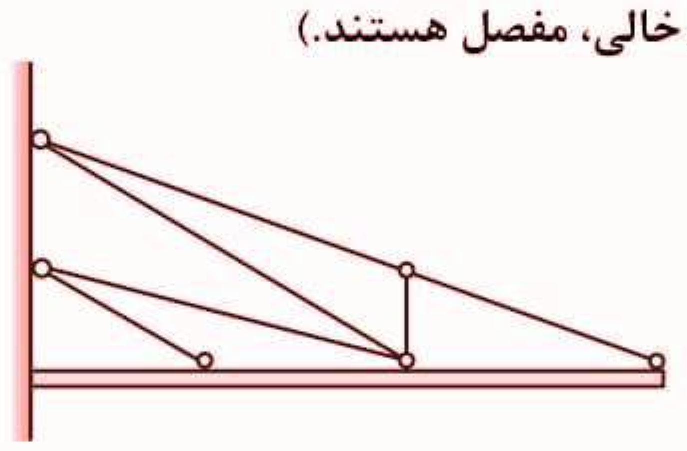
۱) ۳

۲) ۶

۳) ۷

۴) ۱۱

۲- جهت نگه‌داشتن تیر افقی، از اعضای دو سر مفصل نشان داده شده استفاده می‌شود. اگر کل شکل را بـه صـورت یک سازه در نظر بگیریم، درجهٔ نامعینی آن کدام است؟ (تمام دایره‌های تو خالی، مفصل هستند.)



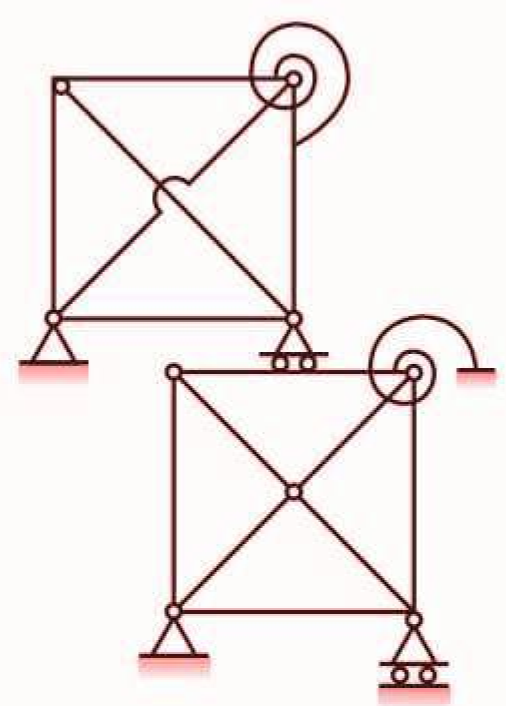
۱) ۴

۲) ۶

۳) ۱۰

۴) ۱۲

۳- کدام گزینه درجهٔ نامعینی سازه روبه‌رو را بیان می‌کند؟



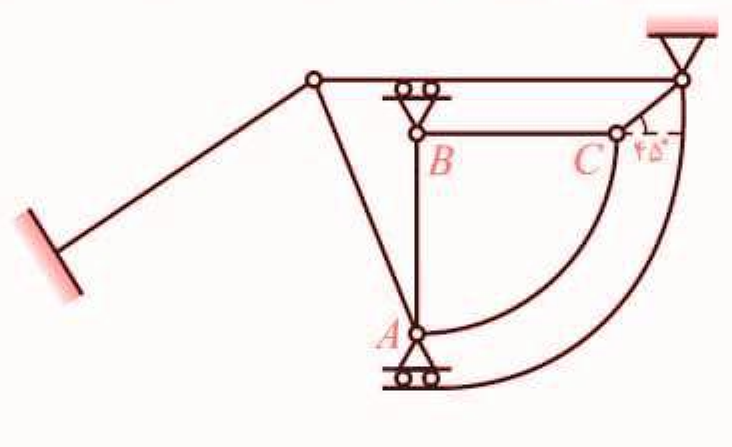
۱) ۲

۲) ۳

۳) ۵

۴) ۷

۴- کدام گزینه در مورد معینی و پایداری سازه نشان داده شده صحیح است؟ (ABC ربع دایره می‌باشد) (آزاد - ۸۹)



۱) ناپایدار

۲) معین و پایدار

۳) نامعین و پایدار

۴) سه درجه نامعین است.

مقدمه

روش کار مجازی یا بار واحد را می‌توان قدرتمندترین روش در محاسبهٔ تغییر شکل‌های یک سـازه دانـست. شـما می‌توانید با استفاده از این روش، تأثیر عوامل مختلف نظیر تغییر شکل‌های خمشی، برشـی، پیچـشی، محـوری و هم‌چنین اثر نشست‌های تکیه‌گاهی، تغییر درجهٔ حرارت اعضا، نقص اعضا و... را بر روی تغییر شکل نقاط مختلف سازه بررسی نمائید.

اکنون رابطهٔ پرکابرد کار مجازی را برای شما بیان کرده و نحوهٔ استفاده از آن را به شما دانشجویان عزیز آمـوزش می‌دهیم و در ادامه شما را با نکات مختلف این روش آشنا خواهیم ساخت.

موضوع ۱: روش کار مجازی برای محاسبهٔ تغییرشکل‌های تیر

شکل کلی رابطهٔ کار مجازی برای محاسبهٔ تغییر شکل‌های ایجـاد شـده در تیرهـا ناشـی از همـهٔ عوامـل، بـه صورت زیر می‌باشد. توجه داشته باشید که در بیشتر سؤالات دو و یا نهایتاً سه مورد از عبارت‌های زیـر مـورد استفاده قرار خواهد گرفت. بنابراین از طولانی بودن رابطه نگران نباشید. در این رابطه هر عبـارت مربـوط بـه محاسبهٔ تأثیر یکی از عوامل در تغییر شکل‌های تیر می‌باشد که در زیر آن توضیح داده شده است.

$$\underbrace{1\times\Delta}_{(1)}+\underbrace{\sum r\times\delta}_{(2)}+\underbrace{\sum m\times\theta}_{(3)}=\underbrace{\int\frac{M(x)\,m(x)}{EI}dx}_{(4)}+\underbrace{K\int\frac{V(x)\,v(x)}{GA}dx}_{(5)}+\underbrace{\int\alpha\frac{T_2-T_1}{h}m(x)\,dx}_{(6)}+\sum\underbrace{\frac{F_s\,f_s}{K_s}}_{(7)}+\sum\underbrace{\frac{Mm}{K_\theta}}_{(8)}$$

۱- تغییر مکان یا دوران خواسته شده در سؤال

۲- تأثیر نشست قائم یا افقی تکیه‌گاه‌ها

۳- تأثیر نشست دورانی تکیه‌گاه گیردار

۴- تأثیر تغییر شکل‌های خمشی روی تغییر شکل مورد نظر

۵- تأثیر تغییر شکل‌های برشی روی تغییر شکل مورد نظر

۶- تأثیر گرادیان حرارتی در ارتفاع مقطع روی تغییر شکل مورد نظر

۷- تأثیر وجود فنر انتقالی روی تغییر شکل مورد نظر

۸- تأثیر وجود فنر دورانی روی تغییر شکل مورد نظر

به طور کلی برای محاسبهٔ تغییر شکل در یک سازهٔ معین به روش کار مجازی، باید دو بار، سازهٔ مورد سؤال را تحلیل کنید. به عبارتی دیگر یک بار همان سازهٔ ارائه شده در صورت سؤال را تحت بارگذاری موجـود تحلیـل کرده، عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی آن‌را بدست آورده و نمودار لنگر خمشی آن را رسم کنیـد. در ادامـه کلیـهٔ بارهای موجود روی سازه را حذف کرده و بارگذاری واحد را مطابق زیر به سازه وارد نمائید:

۱) چنانچه «تغییرمکان» در نقطه‌ای از تیر مدنظر باشد بایـد یـک نیـروی واحـد مجـازی در آن نقطـه و در جهت دلخواه اعمال کرد.

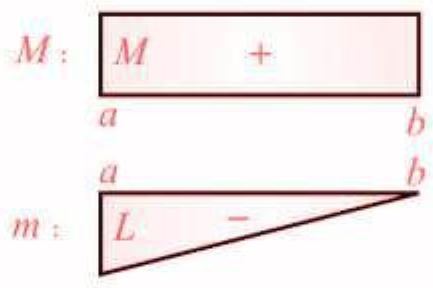
۲) چنانچه «دوران» نقطه‌ای از تیر مدنظر باشد باید یک لنگر واحد مجازی در آن نقطه و در جهـت دلخـواه اعمال کرد.

در ادامه تیر جدید را نیز تحت بارگذاری مجازی تحلیل کرده، عکس‌العمل‌هـای تکیـه‌گـاهی آن را بـه دسـت آورده و نمودار لنگر خمشی را در آن رسم نمائید.

در این صورت با توجه به رابطهٔ کار مجازی خواهیم داشت:

$$1\times(\Delta_b)_L=\int\frac{M(x)\,m(x)}{EI}\,dx+\frac{Mm}{K_\theta}=\int_a^b\frac{M(x)\,m(x)}{EI}\,dx+\boxed{\frac{M\times(-L)}{\frac{2EI}{L}}}$$ تأثیر فنر

برای محاسبهٔ انتگرال فوق از روش مور استفاده می‌کنیم. توجه دارید که به دلیل صفر بودن لنگر خمشی در بازهٔ bc در تیر تحت بارگذاری مجازی، حاصل انتگرال برای این ناحیه صفر می‌باشد.



مطابق حالت خاص «مستطیل در مثلث» داریم:

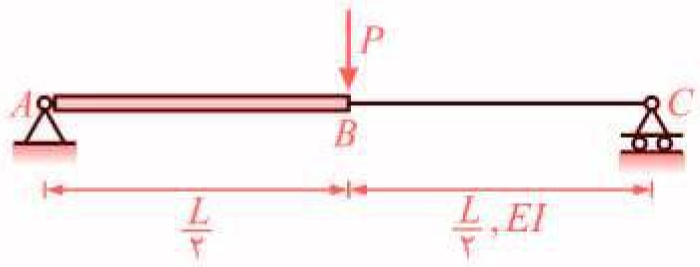
$$\int\frac{M(x)m(x)}{EI}dx=\frac{abL}{2EI}=\frac{M\times(-L)\times L}{2EI}=-\frac{ML^2}{2EI}$$

در نهایت تغییر مکان سمت چپ مفصل برشی b برابر است با:

$$(\Delta_b)_L=-\frac{ML^2}{2EI}-\frac{ML^2}{2EI}=-\frac{ML^2}{EI}$$

از آن‌جا که تغییر مکان سمت چپ مفصل برشی b مقداری منفی بدست آمده، می‌توان فهمید جهت جابه‌جایی سمت چپ مفصل b بر خلاف جهت بار واحد مجازی یعنی به سمت بالا می‌باشد. (گزینهٔ ۲)

تمرین ۴: در تیر زیر که قطعهٔ AB صلب است، تغییر مکان نقطهٔ B چقدر است؟ (سراسری - ۹۵)



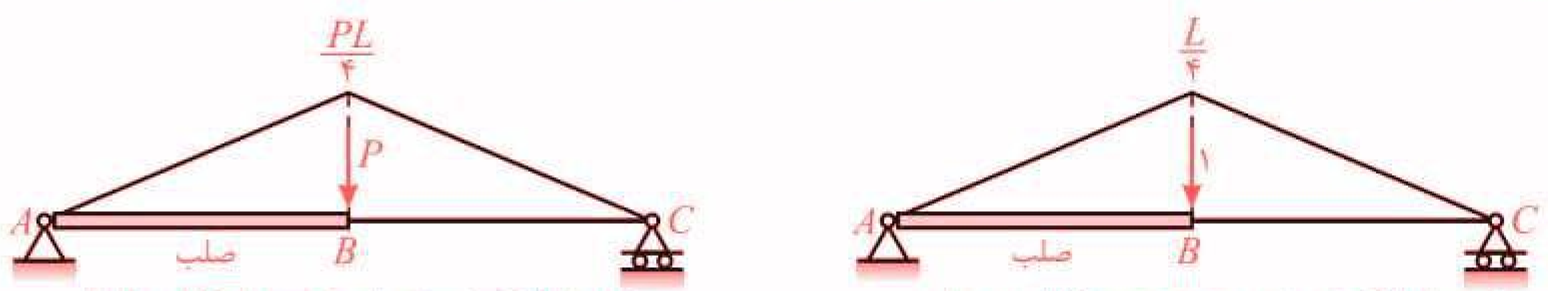
۱) $\frac{PL^3}{16EI}$

۲) $\frac{PL^3}{24EI}$

۳) $\frac{PL^3}{48EI}$

۴) $\frac{PL^2}{96EI}$

حل: از روش کار مجازی استفاده می‌کنیم. بدین منظور سازهٔ تحت بارگذاری اصلی و سازهٔ تحت بارگذاری مجازی را تحلیل و نمودارهای لنگر خمشی را در آن‌ها رسم می‌نماییم.



نمودار لنگر خمشی تیر تحت بارگذاری اصلی — نمودار لنگر خمشی تیر تحت بارگذاری مجازی

در ادامه از رابطهٔ کار مجازی استفاده می‌کنیم. فقط باید توجه داشته باشید حاصل انتگرال برای ناحیهٔ AB به دلیل صلب بودن این ناحیه برابر صفر است.

مثلث در مثلث BC

$$1\times\Delta_B=\int_B^C\frac{M(x)\,m(x)}{EI}\,dx=\boxed{\frac{\frac{PL}{4}\times\frac{L}{4}\times\frac{L}{2}}{3EI}}=\frac{PL^3}{96EI}$$

همانطور که مشاهده کردید، سؤال فوق که از سؤالات کنکور سراسری ۹۵ بود، به راحتی و با استفاده از روش کار مجازی حل شد. (گزینهٔ ۴)

چراجویی: در سؤال فوق اگر قطعهٔ AB دارای صلبیت خمشی $2EI$ باشد تغییر مکان نقطهٔ B چقدر است؟

راهنمایی: نمودار لنگر خمشی را برای ناحیهٔ AB نیز رسم کنید. دقت کنید که در رابطهٔ محاسبهٔ حاصلضرب توابع، در مخرج کسر برای ناحیهٔ AB، مقدار $2EI$ قرار دهید. (پاسخ: $\Delta_B=\frac{PL^3}{64EI}$)

مقدمه

با رابطهٔ کار مجازی و کاربرد آن در محاسبهٔ تغییر شکل تیرها در فصل قبل آشنا شدید. در این فصل می‌خواهیم شما را با نحوهٔ محاسبهٔ تغییر شکل در قاب‌ها آشنا سازیم. در مورد قاب‌ها نیز روندی مشابه با فصل قبل را خواهیم داشت. با این تفاوت که تأثیر عوامل دیگری نظیر نیروی محوری و لنگر پیچشی را در تغییر شکل‌ها لحاظ خواهیم کرد. بنابراین در مورد قاب‌ها نیز ابتدا باید سازه تحت بارگذاری اصلی تحلیل شده و نمودار لنگر خمشی یا نیروی برشی و... در آن رسم شود. سپس سازه تحت بارگذاری مجازی را تشکیل داده و پس از تحلیل آن، نمودار لنگر خمشی یا نیروی برشی در آن را نیز رسم کرده و با استفاده از روش مور حاصل انتگرال کار مجازی را بدست آوریم.
در ادامه، مطالب این فصل را نیز با تفکیک موضوعی آغاز می‌کنیم. مشابه فصل قبل، ابتدا رابطهٔ کلی محاسبه تغییر شکل‌های قاب در حالت‌های مختلف را برای شما آورده و درهر قسمت به صورت جداگانه به توضیح و تشریح آن می‌پردازیم. در حل مسائل قاب در حالت کلی رابطهٔ کار مجازی به صورت زیر می‌باشد:

$$\overbrace{\boxed{1\times\varDelta}}^{\text{تغییر شکل}} + \sum \overbrace{\boxed{r\times\delta}}^{\text{اثر نشست تکیه‌گاهی}} + \sum \underbrace{\boxed{m\times\theta}}_{\text{اثر نشست دورانی}} = \int \overbrace{\boxed{\frac{M(x)m(x)}{EI}dx}}^{\text{اثر خمش}} + K\int \overbrace{\boxed{\frac{V(x)v(x)}{GA}dx}}^{\text{اثر برش}} + \int \overbrace{\boxed{\frac{T(x)t(x)}{GJ}dx}}^{\text{اثر پیچش}}$$

$$+\int \underbrace{\boxed{\frac{N(x)n(x)}{EA}dx}}_{\text{اثر نیروی محوری}} + \int \overbrace{\boxed{\alpha\frac{T_2-T_1}{h}m(x)\,dx}}^{\text{اثر گرادیان حرارتی در مقطع}} + \int \underbrace{\boxed{f\alpha\,\varDelta T\,dx}}_{\text{اثر حرارت در طول عضو}} + \sum \overbrace{\boxed{\frac{FfL}{EA}}}^{\text{اعضای خرپایی}} + \sum \underbrace{\boxed{\frac{F_s f_s}{k_s}}}_{\text{فنر انتقالی}} + \sum \overbrace{\boxed{\frac{Mm}{k_\theta}}}^{\text{فنر دورانی}}$$

توجه داشته باشید که رابطهٔ فوق در حالت کلی بوده و در بیشتر مسائل این فصل بیش از دو یا سه مورد از عبارت‌های فوق استفاده نخواهد شد.

موضوع ۱: محاسبه تغییر شکل‌های ناشی از خمش در قاب‌ها با استفاده از کار مجازی

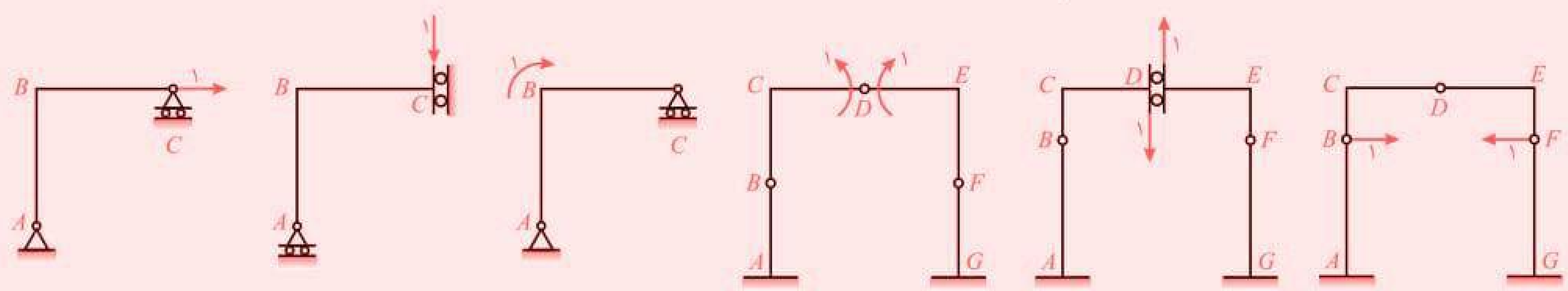
در این حالت تنها عامل مؤثر در تغییر شکل نقاط قاب، تغییرات لنگر خمشی در طول اعضا می‌باشد. بنابراین رابطهٔ کار مجازی به صورت زیر خواهد بود:

$$1\times\varDelta = \underbrace{\int\frac{M(x)m(x)}{EI}dx}_{\text{اثر خمش}} + \sum \underbrace{\frac{F_s f_s}{k_s}}_{\text{اثر فنر انتقالی}} + \sum \underbrace{\frac{Mm}{k_\theta}}_{\text{اثر فنر دورانی}}$$

تذکر ۱: در صورت عدم وجود فنرهای انتقالی و دورانی، عبارت‌های مربوط به آن‌ها حذف خواهد شد.

تذکر ۲: در صورت وجود عضو صلب در سازه، حاصل انتگرال برای آن عضو صفر می‌باشد.

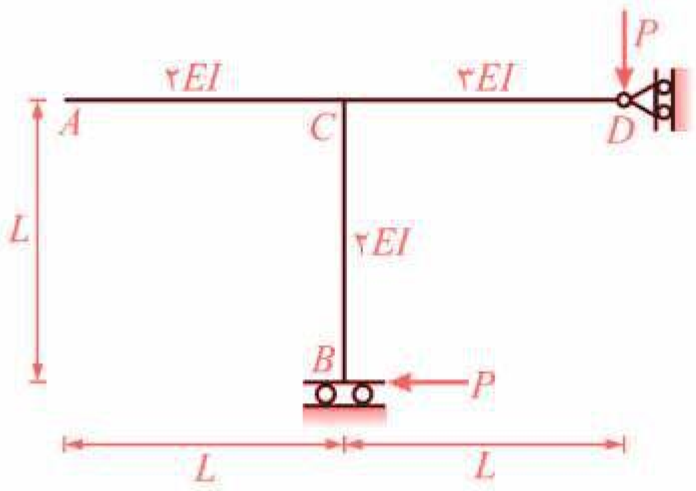
در این قسمت به منظور یادآوری نحوهٔ بارگذاری در سازه تحت بارگذاری مجازی حالت‌های مختلف آن را برای شما در شکل‌های زیر آورده‌ایم.



تغییرمکان افقی نقطهٔ C — تغییرمکان قائم نقطهٔ C — دوران نقطه B — اختلاف دوران در مفصل D — اختلاف تغییرمکان در مفصل D — میزان نزدیک شدن F و B

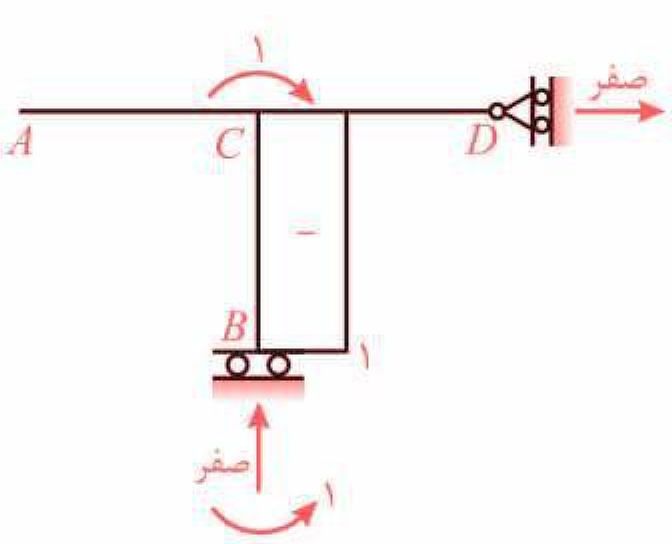
برای درک بهتر موارد فوق به تمرینات صفحهٔ بعد توجه کنید.

تمرین ۱: دوران گره C کدام‌یک از گزینه‌های زیر است؟ (سراسری - ۹۵)

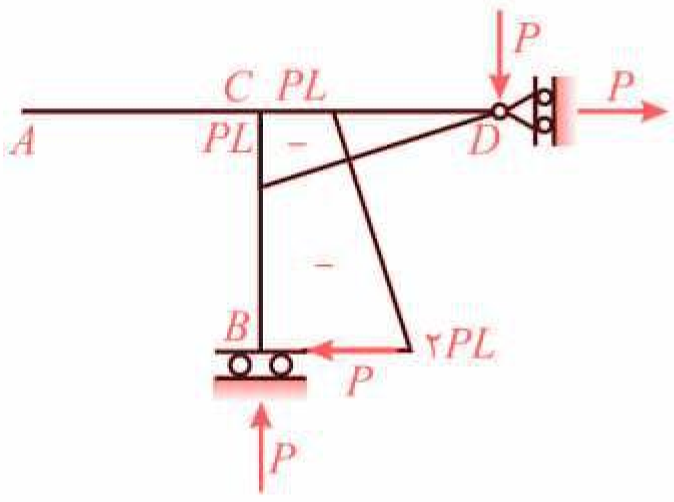


۱) $\frac{PL^2}{2EI}$
۲) $\frac{PL^2}{4EI}$
۳) $\frac{3PL^2}{2EI}$
۴) $\frac{3PL^2}{4EI}$

● حل: قاب مورد نظر معین است و می‌توان با روش کار مجازی میزان دوران گره C را محاسبه کرد. بدین منظور ابتدا سازه تحت بارگذاری اصلی و مجازی را تحلیل کرده و نمودار لنگر خمشی در آن‌ها را رسم می‌کنیم.



نمودار لنگر خمشی سازه تحت بارگذاری مجازی



نمودار لنگر خمشی سازه تحت بارگذاری اصلی

در نهایت با توجه به رابطهٔ کار مجازی خواهیم داشت:

$$1\times\theta_C=\int_B^C\frac{M(x)m(x)}{EI}dx=\frac{L}{6(2EI)}\left[2\times PL\times1+2\times2PL\times1+PL\times1+2PL\times1\right]=\frac{3PL^2}{4EI}$$ (گزینهٔ ۴)

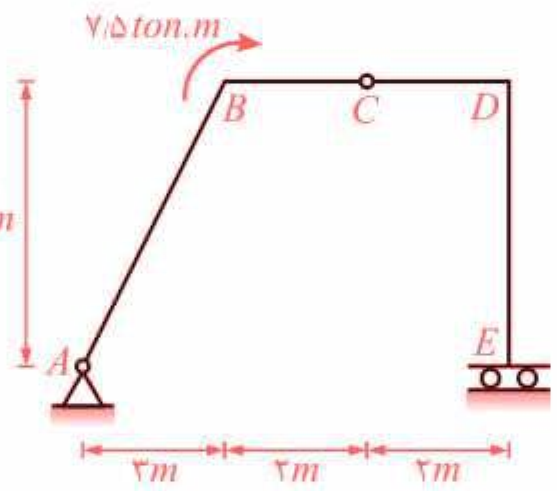
مستطیل در ذوزنقه BC

تذکر: با توجه به صفر بودن لنگر خمشی در نواحی AC و CD حاصل انتگرال برای آنها صفر می‌باشد.

چراجویی: دانشجویان عزیز، تلاش کنید این سؤال را با روش لنگر سطح نیز حل کنید.

● راهنمایی: از قضیهٔ اول لنگر سطح استفاده کنید و توجه داشته باشید که دوران نقطهٔ B صفر است.

تمرین ۲: در قاب شکل مقابل، جابه‌جایی افقی تکیه‌گاه E چند سانتی‌متر است؟ ($EI_{(\text{ثابت})}=10^3\ ton.m^2$)

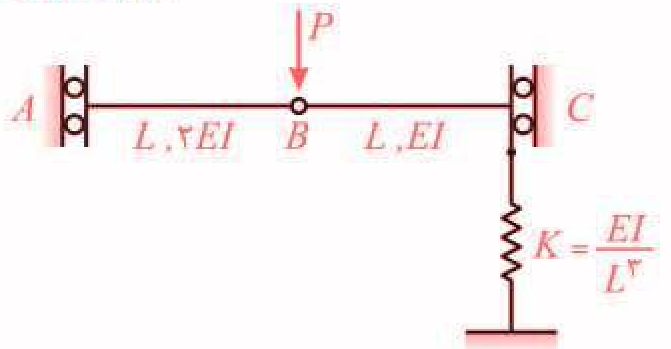


۱) ۵/۱۶
۲) ۶/۱۶
۳) ۴/۴۴
۴) ۳/۷۶

● حل: قاب مورد نظر معین است. بنابراین با استفاده از روش کار مجازی جابه‌جایی افقی تکیه‌گاه E را بدست می‌آوریم. بدین منظور سازه تحت بارگذاری اصلی و مجازی را مطابق شکل صفحهٔ بعد تحلیل و نمودار لنگر خمشی در آن‌ها را رسم می‌کنیم. توجه دارید که بارگذاری مجازی برای محاسبهٔ تغییر مکان افقی تکیه‌گاه E قرار دادن بار واحد در نقطهٔ E می‌باشد:

آزمون ۴- فصل‌های ۹، ۱۰ و ۱۱

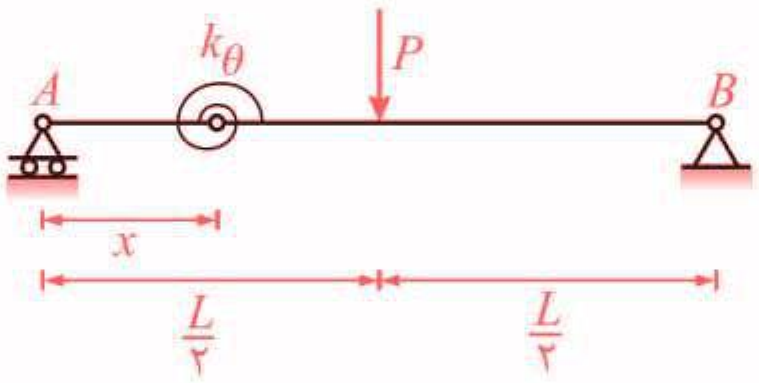
۱- در تیر شکل مقابل، تغییر مکان نقطهٔ A کدام است؟ $(EI = cte)$ (آزاد - ۸۶)



۱) $\frac{4PL^3}{3EI}$ ۲) $\frac{PL^3}{EI}$

۳) $\frac{PL^3}{3EI}$ ۴) $\frac{4PL^3}{EI}$

۲- در سازهٔ مقابل، مقدار x چقدر باشد تا دوران تکیه‌گاه A ماکزیمم شود؟ (EI در تیر ثابت است)



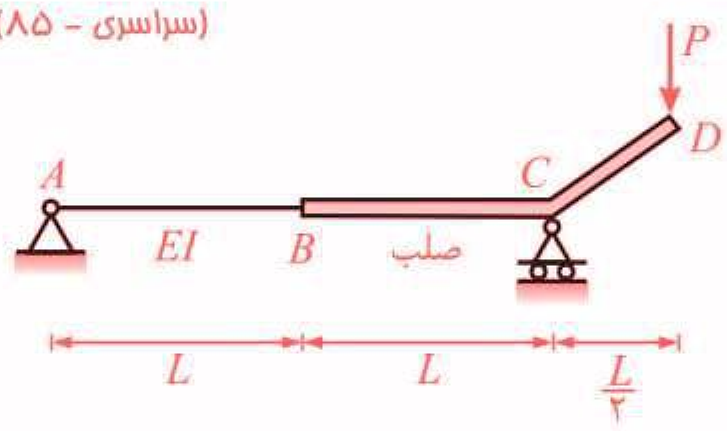
۱) $\frac{L}{4}$

۲) $\frac{L}{3}$

۳) $\frac{L}{2}$

۴) صفر

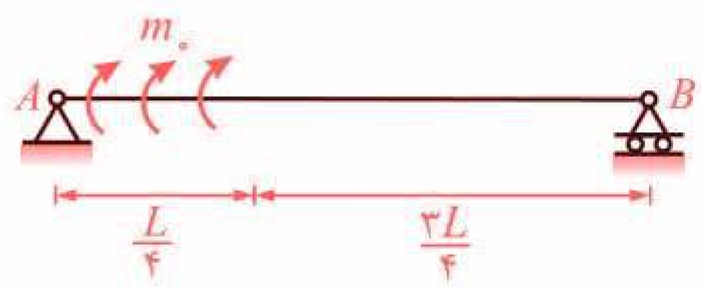
۳- در تیر مقابل تغییرمکان قائم نقطه B در وسط تیر چقدر است؟ (سراسری - ۸۵)



۱) $\frac{PL^3}{24EI}$ ۲) $\frac{PL^3}{3EI}$

۳) $\frac{PL^3}{12EI}$ ۴) $\frac{PL^3}{8EI}$

۴- در تیر مقابل تغییر شکل‌های خمشی و برشی چگونه است؟



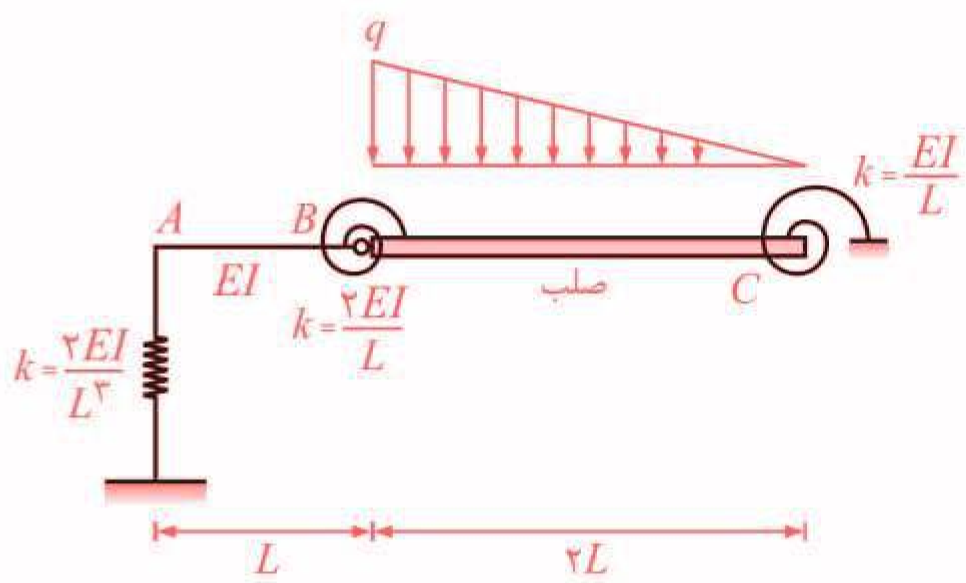
۱) خمشی صفر - برشی صفر

۲) خمشی صفر - برشی غیر صفر

۳) خمشی غیر صفر - برشی غیر صفر

۴) خمشی غیر صفر - برشی صفر

۵- در تیر نشان داده شده عضو BC صلب می‌باشد. تغییر مکان قائم نقطهٔ B چقدر است؟



۱) $\frac{qL^4}{EI}$

۲) $2\frac{qL^4}{EI}$

۳) $3\frac{qL^4}{EI}$

۴) $4\frac{qL^4}{EI}$

فصل دوازدهم:

روابط حفظی محاسبه تغییرشکل در تیرهای معین

موضوع ۱: روابط تیر طره

موضوع ۲: روابط تیر دو سر مفصل

موضوع ۳: روابط تیر لغزنده گیردار

موضوع ۴: اصل انعطاف‌پذیری در محاسبه تغییر شکل سازه‌های معین

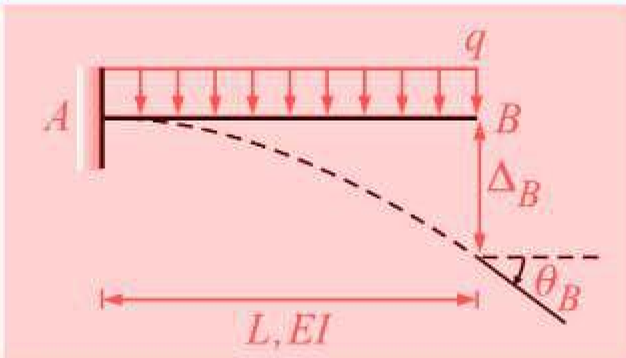
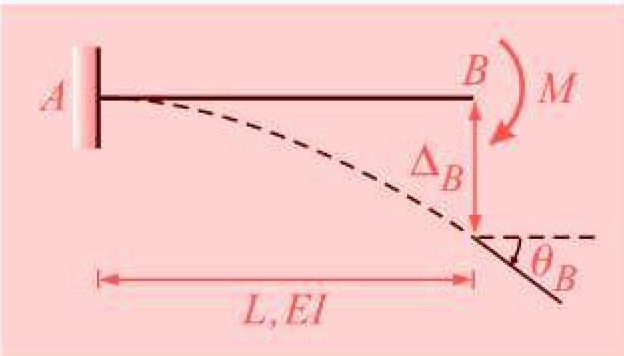
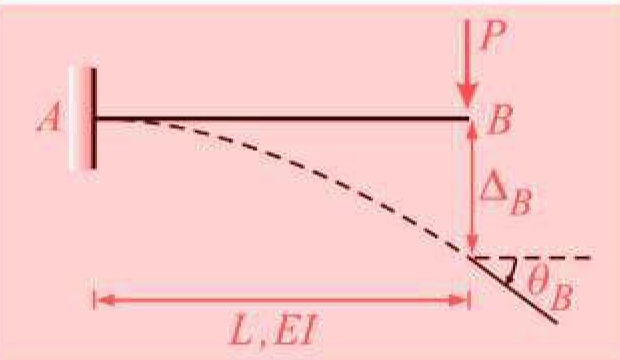
مقدمه

در این فصل می‌خواهیم شما را با روابط حفظی و نحوهٔ کاربرد آن در محاسبهٔ تغییر شکل سازه‌های معین آشنا سازیم. این روابط در واقع نتایج تحلیل تیرهای معروف با روش‌های مختلف تحلیل سازه‌ها بوده و از این جهت حفظی نامیده شده‌اند که شما دانشجویان، باید برای سهولت و افزایش سرعت خود در حل مسائل، آن‌ها را الزاماً به خاطر بسپارید.

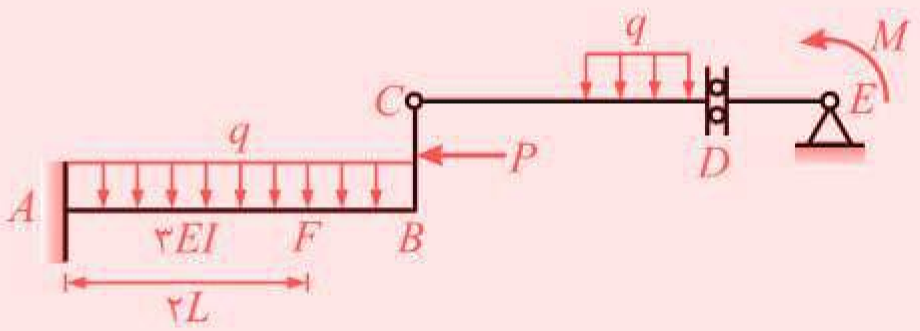
مطالب این فصل را در قالب چهار موضوع ۱- روابط تیر طره ۲- روابط تیر دو سر مفصل ۳- روابط تیر لغزنده گیردار و ۴- استفاده از اصل جمع، دسته‌بندی کرده و به شما آموزش خواهیم داد.

موضوع ۱: روابط تیر طره

تیر طره‌ای شکل AB را در نظر بگیرید. تغییر شکل‌های این تیر در سه حالت بارگذاری معروف نشان داده شده، در زیر هر کدام نوشته شده است. شما باید این موارد را به خاطر بسپارید.

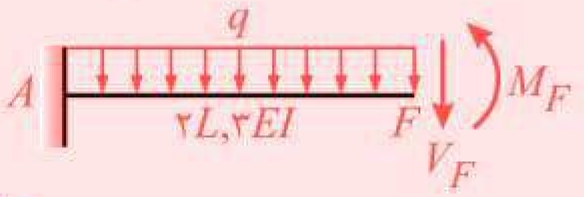
تیر طره تحت بار گسترده	تیر طره تحت لنگر متمرکز	تیر طره تحت بار متمرکز
		
$\theta_B=\frac{qL^۳}{۶EI}$, $\Delta_B=\frac{qL^۴}{۸EI}$	$\theta_B=\frac{ML}{EI}$, $\Delta_B=\frac{ML^۲}{۲EI}$	$\theta_B=\frac{PL^۲}{۲EI}$, $\Delta_B=\frac{PL^۳}{۳EI}$

هرگاه تیر طره، قسمتی از یک سازه بوده که به نوعی به آن سازه متصل شده باشد، برای محاسبهٔ تغییر شکل‌های نقاط مختلف روی تیر طره، می‌توان از روابط فوق استفاده کرد. بدین منظور کافیست نقطه‌ای از تیر طره که تغییر شکل آن مدنظر است را برش زده و نیروهای داخلی آن را با استفاده از معادلات تعادل به‌دست آورید و در نهایت با استفاده از روابط فوق تغییر شکل موردنظر را محاسبه کنید.



به‌عنوان مثال قاب شکل مقابل را در نظر بگیرید. فرض کنید می‌خواهیم تغییر مکان نقطهٔ F را به‌دست آوریم. ابتدا باید توجه کنید که سازه موردنظر معین است و می‌توان با استفاده از معادلات تعادل استاتیکی، نیروهای داخلی در هر مقطعی از آن را به‌دست آورد.

از طرفی با توجه به اینکه عضو AB از سازه موردنظر به‌صورت تیر طره می‌باشد، چنانچه نیروی برشی و لنگر خمشی در مقطع F را به‌دست آوریم، تغییر مکان نقطهٔ F را می‌توان با استفاده از روابط حفظی بیان شده به‌دست آورد. فرض کنید پس از برش زدن سازه در نقطهٔ F و بررسی معادلات تعادل نیروهای داخلی M_F و V_F محاسبه شده‌اند. در این صورت تغییر مکان نقطهٔ F برابر است با:



$$\Delta_F = \overbrace{\frac{q(2L)^4}{8(3EI)}}^{\text{تغییر مکان ناشی از بار } q} \boxed{+} \overbrace{\frac{V_F(2L)^3}{3(3EI)}}^{\text{تغییر مکان ناشی از } V_F} \boxed{-} \overbrace{\frac{M_F(2L)^2}{2(3EI)}}^{\text{تغییر مکان ناشی از } M_F}$$

تغییرمکان ناشی از لنگر M_F به سمت بالا است

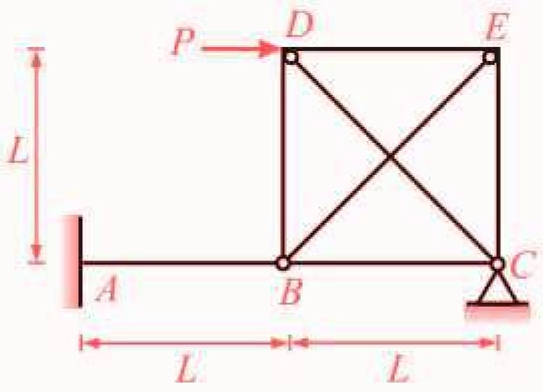
تغییر مکان ناشی از V_F به سمت پایین است

تذکر۱: در هر سؤال ممکن است یکی از نیروهای داخلی صفر باشد (مانند مفصل خمشی و مفصل برشی) یا بار گسترده وجود نداشته باشد، در این صورت عبارت مربوط به تغییر شکل آن حذف خواهد شد.

تذکر۲: با در نظر گرفتن یک جهت اختیاری مثبت، عبارت تغییر شکل نیروهایی که در خلاف جهت در نظر گرفته شده به سازه تغییر شکل می‌دهند باید با علامت منفی در رابطه وارد شود. به عنوان مثال در سازهٔ صفحهٔ قبل با در نظر گرفتن جهت مثبت به سمت پایین، تغییر مکان بار گستردهٔ q و نیروی برشی V_F با علامت مثبت و تغییرمکان لنگر M_F با علامت منفی نوشته خواهد شد.

در ادامه با بررسی چند تمرین متنوع، کاربرد روابط فوق را با هم بررسی می‌نماییم.

تمرین ۱: **تغییر مکان قائم نقطهٔ B را تعیین کنید.** (سراسری - ۸۸)



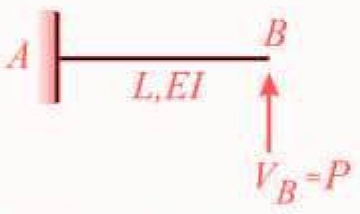
۱) $\frac{PL^3}{2EI}$ ۲) $\frac{PL^3}{3EI}$

۳) $\frac{PL^3}{8EI}$ ۳) $\frac{12PL^3}{EI}$

● **حل:** نقطهٔ B در تیر طره‌ای شکل AB قرار دارد و تغییر مکان قائم آن را می‌توان با استفاده از روابط حفظی به‌دست آورد. بدین منظور و با توجه به صفر بودن لنگر خمشی در مفصل B، کافیست نیروی برشی در نقطهٔ B را به‌دست آوریم. برای این کار از معادلهٔ تعادل در قطعهٔ $BCED$ استفاده می‌کنیم و داریم:

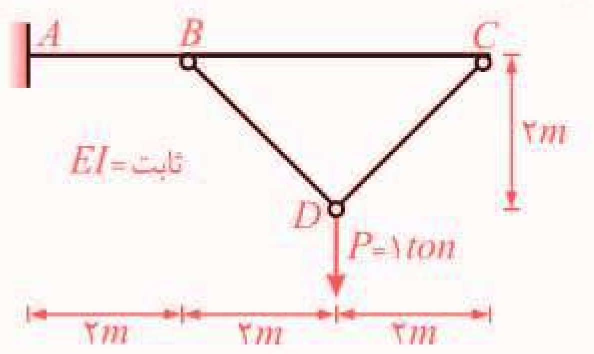
تعادل قطعه $BCED$: $\sum M_C = 0 \Rightarrow V_B = P$

اکنون در تیر طره‌ای شکل AB تغییر مکان قائم نقطهٔ B برابر است با:



$$\Delta_B = \frac{V_B L^3}{3EI} = \frac{PL^3}{3EI}\uparrow \quad \text{(گزینهٔ ۲)}$$

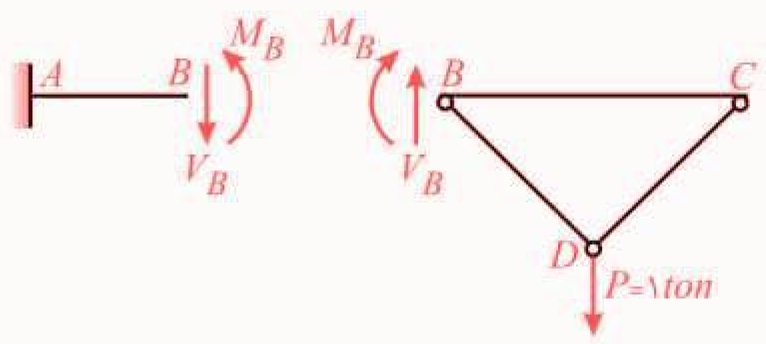
تمرین ۲: **تغییر مکان قائم نقطهٔ B را حساب کنید. از اثر نیروی محوری صرف‌نظر کنید.** (سراسری - ۸۷)



۱) $\frac{4}{3EI}$ ۲) $\frac{8}{3EI}$

۳) $\frac{10}{3EI}$ ۴) $\frac{20}{3EI}$

● **حل:** مشابه تمرین قبل و با توجه به اینکه نقطهٔ B در تیر طره‌ای شکل ABC قرار دارد، نیروهای داخلی در این نقطه را به دست می‌آوریم:



$$BCD \text{ تعادل قطعهٔ } : \begin{cases} \sum F_y = 0 \Rightarrow V_B = 1 \\ \sum M_B = 0 \Rightarrow M_B = -1\times 2 = -2 \end{cases}$$

با توجه به شکل‌های صفحهٔ قبل، می‌توانیم تغییر شکل‌های قطعهٔ AB را با روابط تیر طره و تغییر شکل‌های قطعهٔ BC را با روابط تیر دو سر مفصل محاسبه نماییم. اما قبل از آن باید با استفاده از تعادل قطعهٔ AB مقدار نیروی داخلی P_{AB} را بر حسب لنگرهای انتهایی به دست آوریم:

تعادل قطعهٔ AB : $\sum M_A = ۰ \Rightarrow P_{AB} \times L = \beta EI + \alpha EI \Rightarrow P_{AB} = \frac{\alpha + \beta}{L} EI$

در ادامه با استفاده از روابط تیر طره و تیر دو سر مفصل داریم:

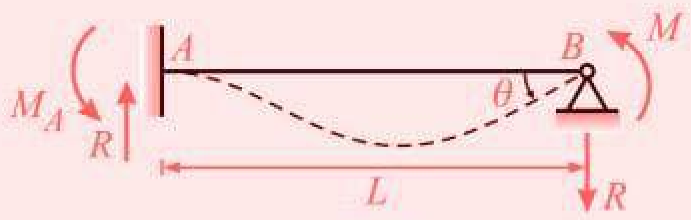
$$(\theta_B)_{BA} = (\theta_B)_{BC} \Rightarrow \frac{P_{AB} \times L^۲}{۲EI} - \frac{M_B L}{EI} = \frac{M_B \times L}{۳EI} - \frac{M_C \times L}{۶EI}$$

در نهایت با قرار دادن مقادیر هر یک از لنگرهای انتهایی از روی نمودار لنگر خمشی در رابطهٔ فوق داریم:

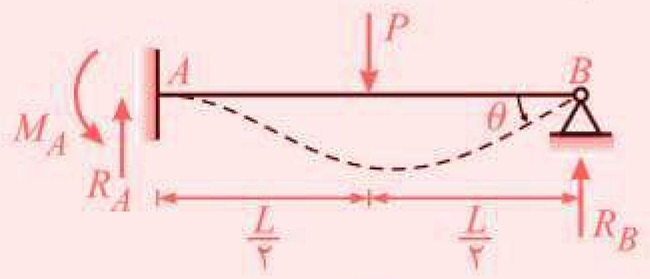
$$\frac{\alpha + \beta}{۲} - \beta = \frac{\beta}{۳} - \frac{\alpha}{۱۲} \Rightarrow \beta = \frac{۷}{۱۰}\alpha$$ (گزینهٔ ۴)

موضوع ۵: تحلیل سازه‌های نامعین با روابط حفظی نامعین تیر یکسر مفصل - یکسر گیردار

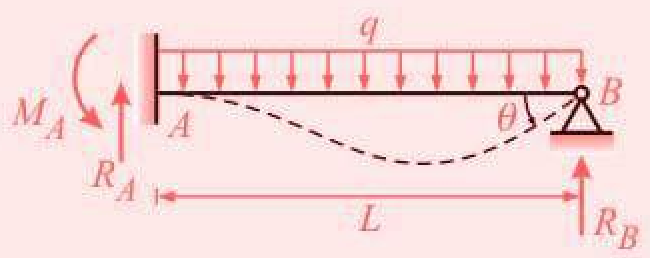
تاکنون با نحوهٔ تحلیل سازهٔ نامعین با استفاده از روابط حفظی تیرهای معین آشنا شدید و مسائل آن را بررسی نمودید. اکنون می‌خواهیم از نتایج مراحل قبل استفاده کنیم و با به خاطر سپردن چند رابطه حفظی در تیرهای نامعین، طیفی دیگر از مسائل نامعین را به راحتی حل کنیم. یکی از این حالت‌ها که در این موضوع با آن آشنا خواهید شد تیر نامعین یک سر مفصل - یک سر گیردار است که در سه حالت بارگذاری معروف زیر باید روابط آن را به خاطر بسپارید.



$$M_A = \frac{M}{۲} \ , \ R = \frac{۳M}{۲L} \ , \ \theta = \frac{ML}{۴EI}$$

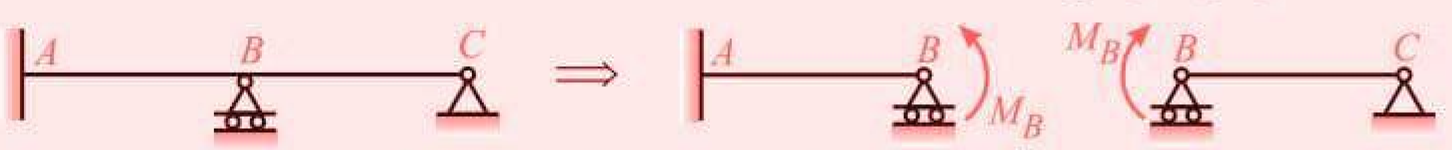


$$M_A = \frac{۳PL}{۱۶} \ , \ \theta = \frac{PL^۲}{۳۲EI} \ , \ R_A = \frac{۱۱P}{۱۶} \ , \ R_B = \frac{۵P}{۱۶}$$



$$M_A = \frac{qL^۲}{۸} \ , \ \theta = \frac{qL^۳}{۴۸EI} \ , \ R_A = \frac{۵qL}{۸} \ , \ R_B = \frac{۳qL}{۸}$$

با اندکی دقت متوجه خواهید شد که این تیرها در واقع به نوعی با همان مطالب بیان شده در موضوع (۱) قابل حل می‌باشند. اما در مسائل کنکور به خاطر سپردن این نتایج، کمک شایانی به حل سریع مسائل نامعین خواهد کرد. به این ترتیب که شما با جدا کردن این تیر از سازه و نمایش نیروهای داخلی وارد بر آن می‌توانید با استفاده از روابط فوق تغییر شکل یا نیروی مجهول مورد نظر را با سرعت بیشتری به دست آورید. به‌عنوان مثال در تیر ABC شکل زیر، تیر نامعین AB با تیر دو سر مفصل BC ترکیب شده است و برای تحلیل آن می‌توانید لنگر خمشی در نقطهٔ B را به عنوان مجهول فرضی در نظر بگیرید. در این‌صورت شرط سازگاری یکسان بودن شیب نقطهٔ B در دو تیر می‌باشد.



$(\theta_B)_{AB} = (\theta_B)_{BC}$

در این حالت شیب در قسمت AB را با استفاده از روابط حفظی فوق به دست خواهید آورد.
در ادامه با بررسی تمرینات مختلف با انواع سؤالات و نحوهٔ تحلیل آن در این بخش بیشتر آشنا خواهید شد.

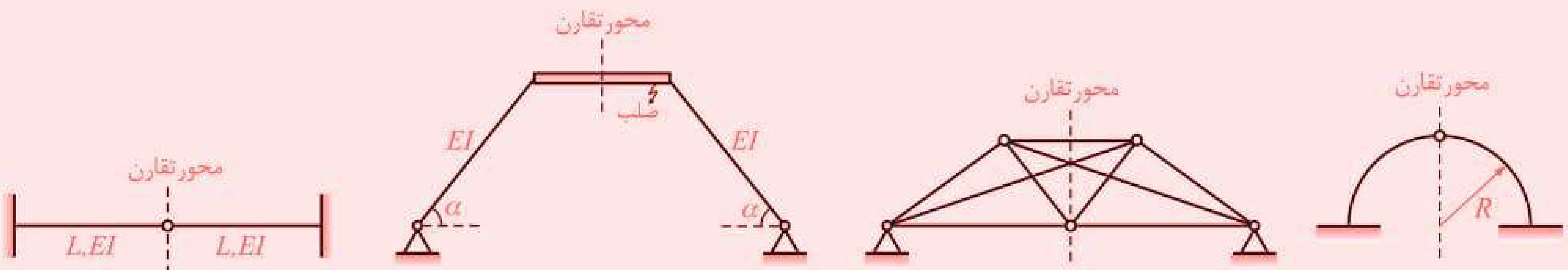
مقدمه

تقارن و خواص آن یکی از مهم‌ترین مطالب در مباحث تحلیل سازه می‌باشد. این موضوع زمانی با ارزش خواهد بود که شما برای تحلیل یک سازهٔ متقارن می‌توانید با توجه به خواص تقارن، سازه را نصف کرده و سپس نیمهٔ آن را تحلیل نمایید. در این صورت حجم محاسبات شما کمتر شده و سرعت تحلیل سازه بیشتر خواهد شد. همچنین می‌توانید از خواص تقارن به صورت مستقیم استفاده کرده و به سؤالات مختلف پاسخ دهید. مسائل مربوط به این فصل هم به صورت مستقیم از تقارن و هم به صورت ترکیبی با فصول قبلی که تا اینجا آموختیم مطرح خواهد شد که شما برای پاسخگویی به آنها نیازمند دانستن خواص تقارن در سازه‌ها هستید. در ادامه توجه شما را به یادگیری خواص تقارن در سازه‌ها درقالب موضوع زیر جلب می‌نماییم.

موضوع ۱: مفهوم تقارن و خواص آن

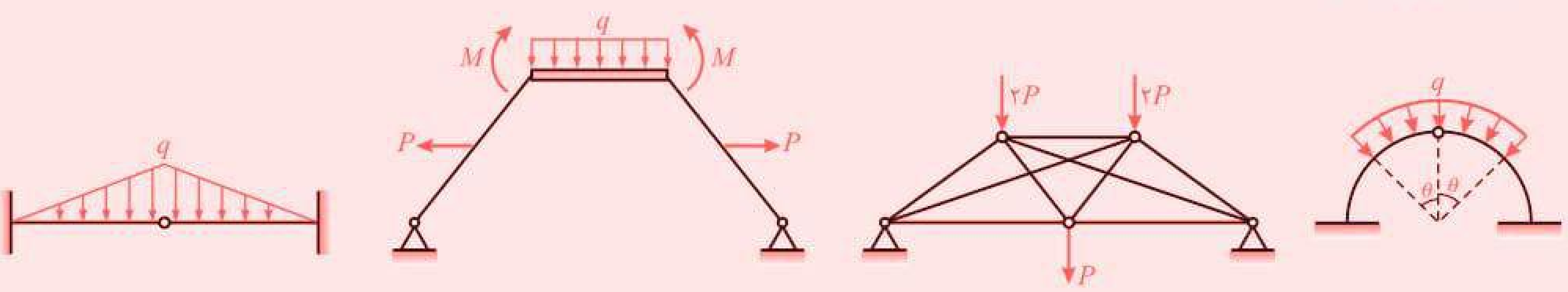
در ابتدای موضوع به تعریف سازهٔ متقارن توجه نمایید:

سازه‌ای که اولاً دارای محور تقارن باشد و ثانیاً تمام مختصات آن شامل شرایط مکانیکی (مدول الاستیسیتهٔ E و برشی G و...)، شرایط هندسی (سطح مقطع، طول، ممان‌اینرسی و ...) و شرایط سازه‌ای (اتصالات و تکیه‌گاه‌ها) در دو طرف محور تقارن یکسان باشد را متقارن می‌نامند. به عنوان مثال در شکل‌های زیر سازه متقارن است و محور تقارن برای آن مشخص شده است.



براساس نوع بارگذاری که روی یک سازه متقارن قرار می‌گیرد آن را می‌توان در سه حالت قرار داد که در ادامه به بررسی هر یک از این حالت‌ها می‌پردازیم.

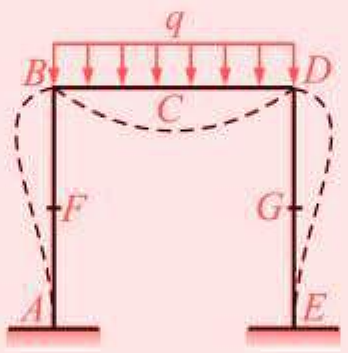
حالت اول (سازه متقارن با بارگذاری متقارن): در این حالت بارگذاری وارد بر سازه نسبت به محور تقارن، متقارن است. به عبارت دیگر مقدار و موقعیت بارها نسبت به محور تقارن یکسان است. برای درک بهتر به شکل‌های زیر توجه کنید.



در شکل‌های فوق بارگذاری نسبت به محور تقارن، متقارن است. بنابراین این سازه‌ها را متقارن با بارگذاری متقارن می‌نامیم. اکنون می‌خواهیم با خواص این سازه‌ها بیشتر آشنا شویم. این خواص را در قالب چند نکته به شما آموزش خواهیم داد. بدین منظور قاب متقارن با بارگذاری شکل صفحهٔ بعد را در نظر بگیرید:

۱- در این سازه‌ها مقدار شیب و نیروی برشی (در صورت تعریف شدن) در محل محور تقارن صفر است.

$V_C = \theta_C = ۰$



۲- در این سازه‌ها مقدار شیب و نیروی برشی در نقاط متقارن نسبت بـه محـور تقـارن قرینهٔ یکدیگر هستند.

$$\begin{cases}\theta_B = -\theta_D \\ V_B = -V_D\end{cases}$$

۳- در این سازه‌ها مقدار لنگر خمشی و خیز در نقاط متقارن نسبت به محور تقارن یکسان هستند.

$$\begin{cases}\Delta_F = \Delta_G \\ M_B = M_D\end{cases}$$

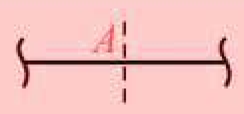
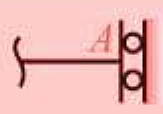
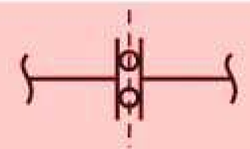
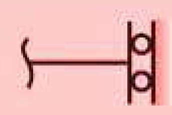
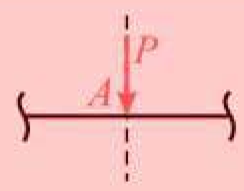
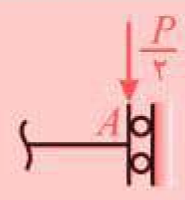
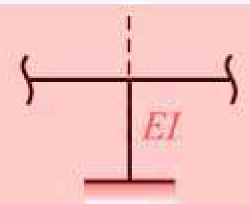
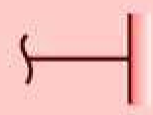
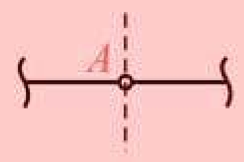
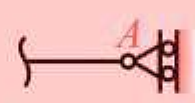
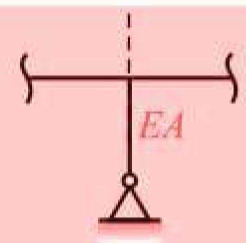
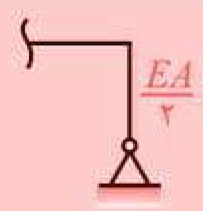
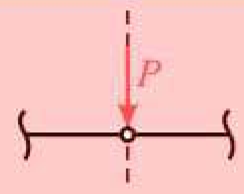
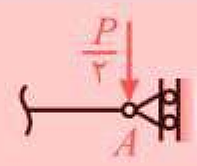
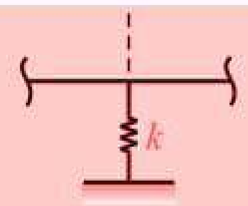
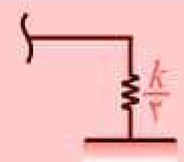
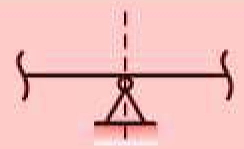
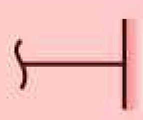
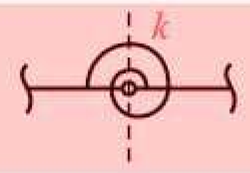
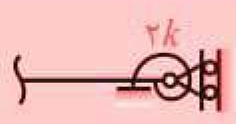
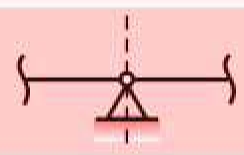
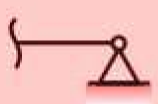
۴- در این سازه‌ها به طور کلی کلیهٔ آثار نیرویی (نیروهـای داخلـی، عکـس‌العمـل‌هـای تکیـه‌گـاهی و تغییـر شکل‌ها) نسبت به محور تقارن، متقارن هستند.

۵- در این سازه‌ها تغییر مکان افقی در محل محور تقارن صفر است. $(\Delta_C)_x = ۰$

نکتهٔ مهم: مهم‌ترین موضوعی که شما به طور کلی در فصل تقارن باید یاد بگیرید تبدیل یک سـازهٔ متقـارن به سازهٔ نیمه است. سازهٔ نیمه، سازه‌ای است که تحلیل آن با تحلیل سازهٔ اصلی یکسان اسـت و بـا توجـه بـه خواص تقارن به دست می‌آید. به طور کلی برای تشکیل سازهٔ نیمه ابتدا سازهٔ اصلی را نصف کنید و سپس بـا توجه به خواص تقارن، اتصالات و تکیه‌گاه‌های مناسب را در محل محور تقارن قرار دهید. ایـن تکیـه‌گـاه‌هـا و اتصالات در محل محور تقارن باید به گونه‌ای باشند که خواص تقارنی که به آنها اشاره کردیم، در محل محـور تقارن در آن‌ها برقرار باشد.

در جدول زیر تعدادی از اتصالات مهم در سازه‌ها و اتصال مناسب در سازهٔ نیمه بـرای سـازه‌هـای متقـارن بـا بارگذاری متقارن برای شما آورده شده است. به نحوهٔ تبدیل این اتصالات و خواص تقارن در آن‌ها دقت کنید.

تذکر: در این جدول خط‌چین، محور تقارن می‌باشد.

شماره	اتصال در سازهٔ اصلی	اتصال در سازهٔ نیمه	شماره	اتصال در سازهٔ اصلی	اتصال در سازهٔ نیمه
۱			۷		
۲			۸		
۳			۹		
۴			۱۰		
۵			۱۱		
۶			۱۲