پاسخ تشریحی دکتری ۹۸

دکتر زرفـــــام

تحلیل و مقاومت

@Dr_Zarfam

به‌نام‌خدا

عرض سلام و خسته نباشید

خدمت تمام داوطلبان آزمون های دکتری و کارشناسی ارشد مهندسی عمران؛

بدین وسیله پاسخ تشریحی سوالات درس مقاومت مصالح و تحلیل سازه ها آزمون دکتری ۹۸ در ادامه تقدیم داوطلبان عزیز می‌گردد . امید است که مفید واقع شود.

با احترام

پنام زرفـــام

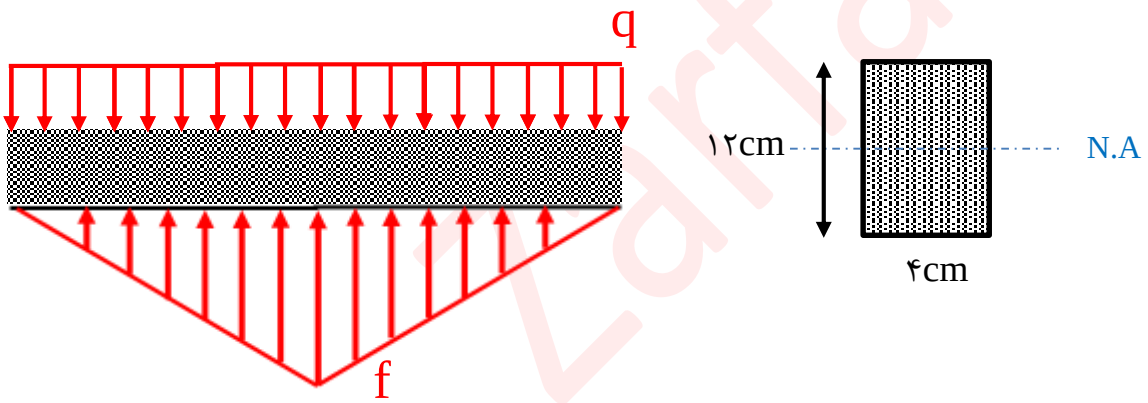
اسفند ۹۸

@Dr_Zarfam

۱- در یک تیر بر روی بستر ارتجاعی به طول ۶m و مقطع مستطیل به عمق (ارتفاع) برابر ۱۲cm و عرض ۴cm تحت اثر بار گسترده یکنواخت به شدت q، اگر عکس‌العمل بستر به‌صورت خطی از صفر در کناره‌ها تا حداکثر در وسط تیر، تغییر کند و حداکثر تنش خمشی مجاز برابر ۱۲۰ MPa باشد، حداکثر مقدار مجاز q چند kN/m برآورد می‌شود؟

۱) ۲/۵۶
۲) ۳/۸۴
۳) ۵/۱۲
۴) ۷/۶۸

پاسخ سوال ۱)

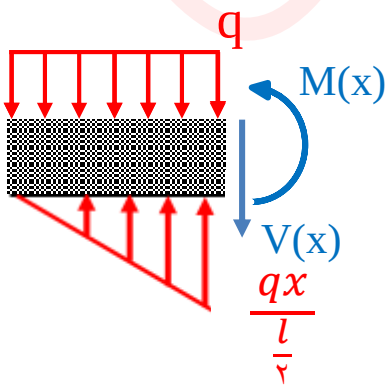


$$\sigma_{all} = ۱۲۰ Mpa$$

- ابتدا با نوشتن تعادل در جهت y مقدار f را محاسبه می‌کنیم:

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow q \times ۶ = \frac{f \times ۶}{۲} \Rightarrow f = ۲q$$

- برای محاسبه محل رخ دادن لنگر ماکسیمم معادله لنگر را محاسبه کرده و مشتق آن را صفر می‌گذاریم:



$$M(x) = \frac{۲qx^۳}{۳L} - \frac{qx^۲}{۲}$$

$$\frac{dM}{dx} = ۰ \Rightarrow \frac{۲qx^۲}{L} - qx = ۰ \Rightarrow x = \frac{L}{۲}$$

- یعنی لنگر در وسط تیر حداکثر می‌باشد و مقدار آن برابر است با :

$$M\left(\frac{L}{۲}\right)=M_{\max}=\frac{۲q(\frac{L}{۲})^{۳}}{L}-\frac{q\left(\frac{L}{۲}\right)^{۲}}{۲}=\frac{qL^{۲}}{۲۴}$$

- برای محاسبه حداکثر مقدار بار q طبق رابطه زیر داریم :

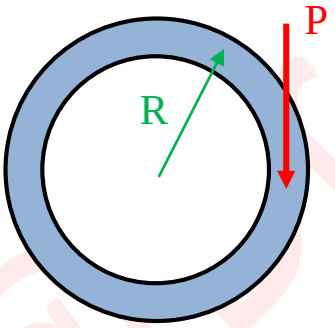
$$\Rightarrow \sigma_{max}\le\sigma_{all}\Rightarrow\frac{M_{\max}}{S}\le\sigma_{all}\Rightarrow\frac{\frac{qL^{۲}}{۲۴}}{\frac{۴۰\times۱۲۰^{۲}}{۶}}\le ۱۲۰$$

$$\Rightarrow \boxed{q\le ۷.۶۸\frac{kN}{m}}$$

گزینه (۴)

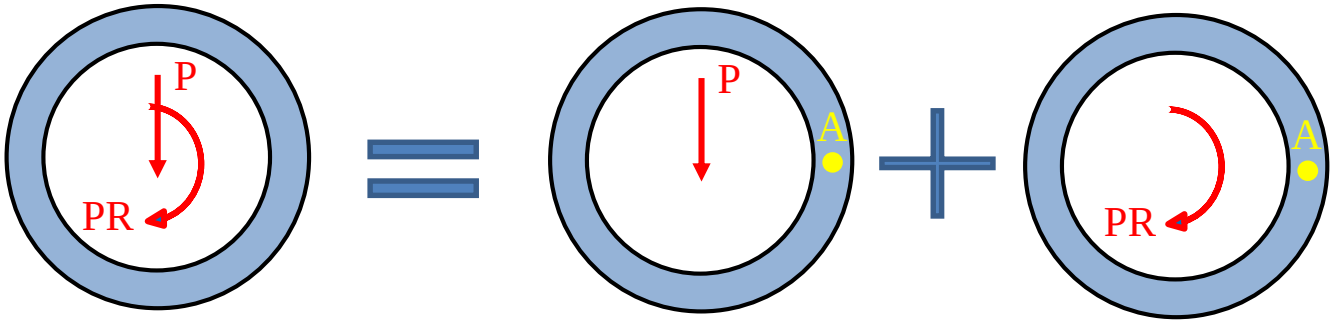
۲- در یک مقطع جدار نازک حلقوی به شعاع متوسط R، ضخامت t تحت یک نیروی متمرکز قائم P اعمالی به موازات قطر عمودی در محل شعاع متوسط در تراز قطر افقی (سمت چپ یا راست)، تنش برشی حداکثر برحسب ضریب $\frac{P}{\pi Rt}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) ۱
۳) $\frac{۳}{۲}$
۴) ۲



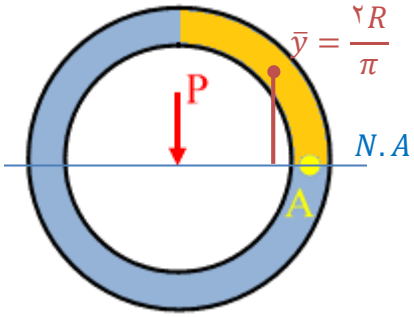
پاسخ سوال ۲)

- ابتدا نیروی P را به مرکز برش مقطع انتقال می‌دهیم و با توجه به قانون جمع آثار قوا داریم :



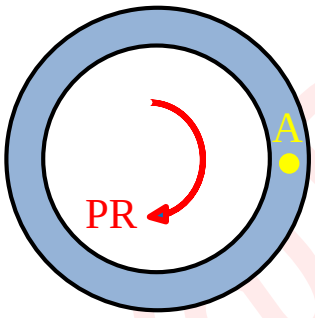
- با توجه به جهت لنگر پیچشی و نیروی برشی مقدار حداکثر تنش برشی سمت راست جدار مقطع (نقطه A) رخ خواهد داد :

✸ بررسی تنش برشی ناشی از نیروی برشی در نقطه A :



$$\tau_A{}^{۱}=\frac{VQ}{I_{N.A}t}=\frac{P\times\frac{۲\pi Rt}{۴}\times\frac{۲R}{\pi}}{\pi R^{۴}t\times t}=\frac{P}{\pi Rt}$$

✸ بررسی تنش برشی ناشی از لنگر پیچشی در نقطه A :



$$\tau_A{}^{۲}=\frac{TR}{J}=\frac{PR\times R}{۲\pi R^{۴}t}=\frac{۱}{۲}\frac{P}{\pi Rt}$$

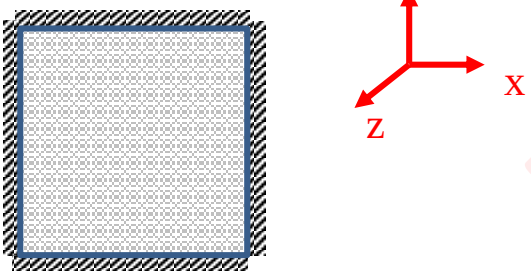
$$\Rightarrow \tau_A{}^{T}=\tau_A{}^{۱}+\tau_A{}^{۲}=\left(۱+\frac{۱}{۲}\right)\frac{P}{\pi Rt}=\frac{۳}{۲}\frac{P}{\pi Rt}$$

گزینه (۳)

۳- ورقی به شکل مربع از چهار طرف توسط چهار جداره صلب و ثابت نگهداری شده است. اگر دمای ورق به اندازه ۵۰ درجه سلسیوس افزایش یابد، مقدار تنش ایجاد شده نرمال در صفحه چند مگاپاسکال خواهد بود؟ مدول ارتجاعی ورق ۲۰۰GPa، ضریب پواسون آن برابر ۰/۲۵ و ضریب انبساط حرارتی آن برابر $۹\times۱۰^{-۶}/°C$ می‌باشند. ضخامت ورق درحدی است که کمانش نکند و تنش عمود بر صفحه صفر است؟

۱) ۶۰
۲) ۹۰
۳) ۱۲۰
۴) ۱۸۰

پاسخ سوال ۳)



$$\varepsilon_x = o \quad ; \quad \varepsilon_y = o \quad ; \quad \sigma_z = o$$

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{۱}{E}(\sigma_x - \nu(\sigma_y + \overset{o}{\sigma_z})) + \alpha\Delta T = o \\ \varepsilon_y &= \frac{۱}{E}(\sigma_y - \nu(\sigma_x + \overset{o}{\sigma_z})) + \alpha\Delta T = o \end{aligned}\right\} \Rightarrow \sigma_x = \sigma_y = -\frac{E\alpha\Delta T}{۱-\nu}$$

$$\Rightarrow \sigma_x = -\frac{۲۰۰ \times ۱۰^{۳} \times ۹ \times ۱۰^{-۶} \times ۵۰}{۱ - ۰.۲۵}$$

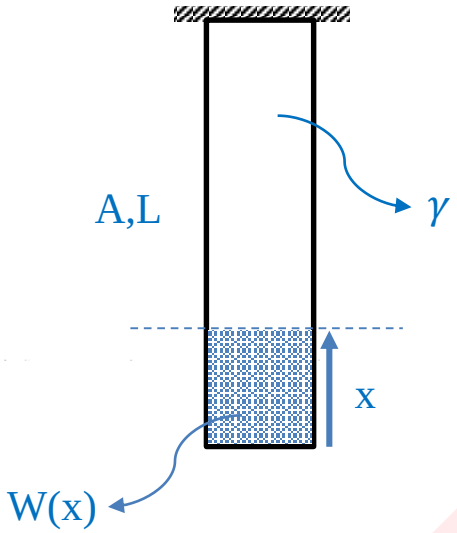
$$\Rightarrow \boxed{\sigma_x = -۱۲۰ MPa}$$

گزینه (۳)

@Dr_Zarfam

۴- یک میله به طول L، سطح مقطع A و وزن مخصوص γ از یک تکیه‌گاه گیردار به‌طور قائم آویزان است. اگر رابطه تنش ـ کرنش میله به‌صورت $\sigma = B\sqrt{\varepsilon}$ (B ضریب ثابت) باشد، اضافه طول انتهای آزاد میله تحت اثر وزن آن چه ضریبی از $\frac{\gamma^2 L^3}{B^2}$ است؟

۱) $\frac{1}{2}$
۲) $\frac{1}{3}$
۳) $\frac{A}{2}$
۴) $\frac{A}{3}$



پاسخ سوال ۴)

- با توجه به اینکه رابطه تنش-کرنش داده شده خطی نمی‌باشد و قانون هوک صادق نیست داریم :

$$\sigma = B\sqrt{\varepsilon} \Longrightarrow \varepsilon = \frac{\sigma^2}{B^2}$$

$$\Delta = \int_0^L \varepsilon(x)dx = \int_0^L \frac{\sigma^2(x)}{B^2}dx$$

$$\sigma(x) = \frac{W(x)}{A} \Longrightarrow \sigma(x) = \frac{\gamma \times (x \times A)}{A} = \gamma \times x$$

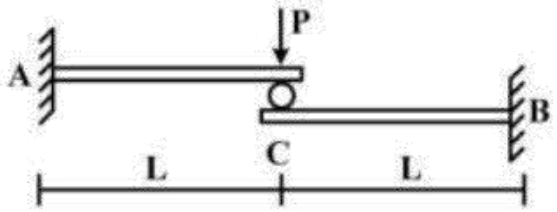
$$\Longrightarrow \Delta = \int_0^L \frac{(\gamma \times x)^2}{B^2}dx = \frac{\gamma^2}{B^2}\int_0^L x^2 dx$$

$$\Longrightarrow \boxed{\Delta = \frac{1}{3}\frac{\gamma^2 L^3}{B^2}}$$

گزینه (۲)

@Dr_Zarfam

۵- تیر ترکیبی ABC مطابق شکل زیر در محل غلتک (تماس بدون اصطکاک) تحت اثر نیروی P قرار دارد. اگر سختی خمشی برابر EI در طول دو قطعه ثابت باشد، واکنش‌های تکیه‌گاهی به‌ترتیب از راست به چپ برای M_A، M_B ، A_y و B_y کدام‌اند؟



۱) $\frac{P}{۲}, \frac{P}{۲}, \frac{PL}{۲}, \frac{PL}{۲}$

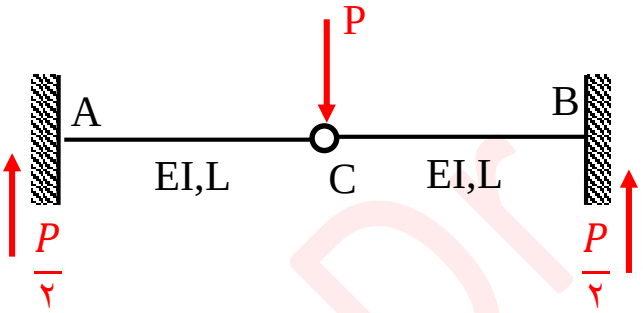
۲) $\frac{P}{۲}, \frac{P}{۲}, PL, PL$

۳) $P, P, \frac{PL}{۲}, \frac{PL}{۲}$

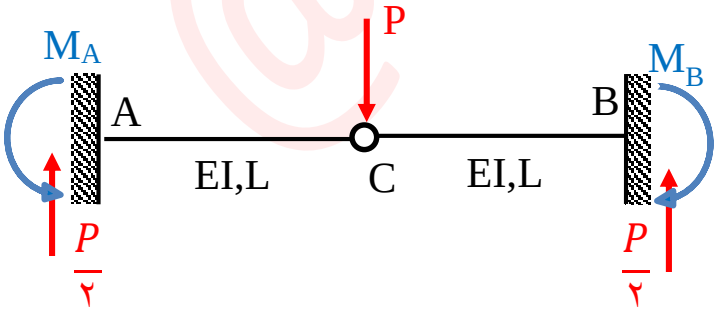
۴) P, P, PL, PL

پاسخ سوال ۵)

- طبق تقارن عکس العمل های تکیه‌گاهی برابر با $\frac{P}{۲}$ می‌باشد.



- با نوشتن تعادل لنگر سمت چپ مفصل C برای تیر AC داریم :



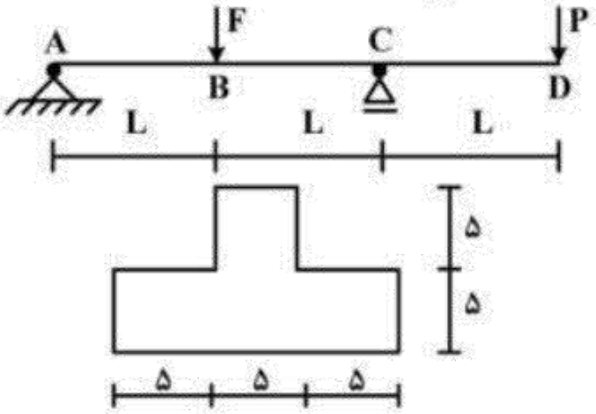
$$\sum M_{c_{چپ}} = ۰ \Rightarrow \frac{P}{۲} \times L = M_A$$

$$\Rightarrow M_A = \frac{PL}{۲}$$

- طبق تقارن لنگر تکیه‌گاه B نیز برابر با $\frac{PL}{۲}$ می‌باشد.

گزینه (۱)

۶- تیر ABCD با مقطع مطابق شکل زیر (ابعاد به cm) تحت اثر دو نیروی متمرکز F و P قرار دارد. اگر $L = ۳m$ باشد، حداکثر تنش فشاری مقطع در نقاط B و C به ازای چه نسبتی از $\frac{F}{P}$ برابر خواهند بود؟

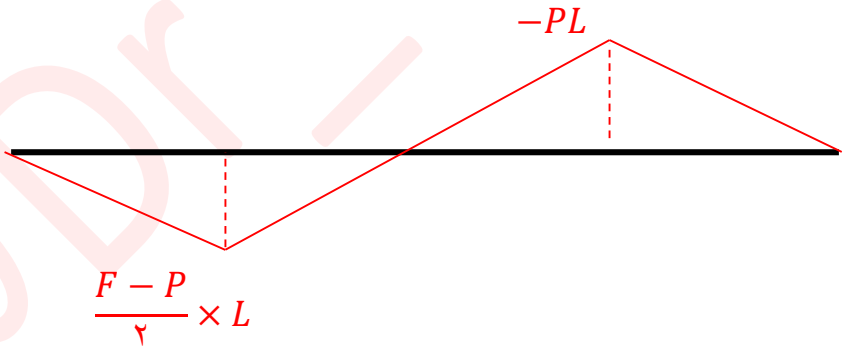


۱) $\frac{۱۱}{۵}$
۲) $\frac{۷}{۳}$
۳) $\frac{۵}{۱۱}$
۴) $\frac{۳}{۷}$

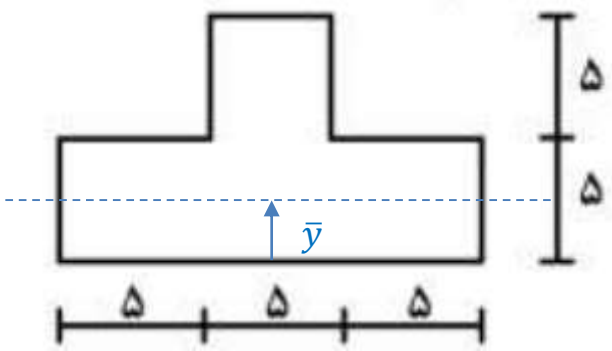
پاسخ سوال ۶)

$$\sum M_c = ۰ \Rightarrow R_A \times ۲L + P \times L = F \times L \Rightarrow R_A = \frac{F - P}{۲}$$

M نمودار :



- محاسبات مربوط به مرکز سطح مقطع برابر است با:



$$\bar{y} = \frac{۱۵ \times ۵ \times \frac{۵}{۲} + ۵ \times ۵ \times (۵ + \frac{۵}{۲})}{۱۵ \times ۵ + ۵ \times ۵} = \frac{۱۵}{۴}$$

@Dr_Zarfam

- حداکثر تنش فشاری در مقطع C برابر است با :

$$\sigma^{C}{}_{max} = \frac{M_C \times \frac{۱۵}{۴}}{I} = \frac{PL \times \frac{۱۵}{۴}}{I}$$

- حداکثر تنش فشاری در مقطع B برابر است با :

$$\sigma^{B}{}_{max} = \frac{M_B \times (۱۰ - \frac{۱۵}{۴})}{I} = \frac{\frac{F-P}{۲} L \times \frac{۲۵}{۴}}{I}$$

- با توجه به صورت تست داریم :

$$|\sigma^{B}{}_{max}| = |\sigma^{C}{}_{max}|$$

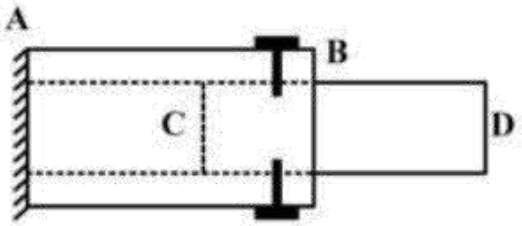
$$\frac{\left(\frac{F-P}{۲} \times L\right) \times \frac{۱۵}{۴}}{I} = \frac{PL \times \frac{۱۵}{۴}}{I}$$

$$F - P = \frac{۶}{۵} P \Longrightarrow \boxed{\frac{F}{P} = \frac{۱۱}{۵}}$$

گزینه (۱)

@Dr_Zarfam

۷- یک میله چوبی CD به قطر ۲۰cm در لوله فلزی AB به قطر سوراخ ۲۰cm قرار گرفته و دور تا دور محل اتصال از پیچ‌هایی به قطر ۱۰mm و تنش برشی مجاز ۱۶۰MPa استفاده شده است. اگر پس از اعمال لنگر پیچشی T در انتهای آزاد D، حداکثر تنش برشی در عضو چوبی برابر ۸MPa باشد، تعداد پیچ لازم در محل اتصال کدام است؟



۱) ۱۶
۲) ۱۰
۳) ۸
۴) ۵

پاسخ سوال ۷)

- حداکثر تنش برشی ناشی از پیچش در میله CD برابر است با :

$$\tau_{max}^{CD} = \frac{TR}{J} \Rightarrow ۸^{Mpa} = \frac{T \times ۱۰۰mm}{\left(\frac{\pi \times ۱۰۰^{۴}}{۲}\right)} \Rightarrow T = ۴ \times ۱۰۰^{۳}\pi$$

- با توجه به اینکه فاصله تمام پیچ ها از مرکز مقاطع یکسان می‌باشد نیروی پیچ ها با یکدیگر برابر بوده و داریم :

$$\tau_{\text{پیچ}} = \frac{F}{A} \leq \tau_w^{\text{پیچ}} \Rightarrow \frac{F}{\frac{\pi ۱۰^{۲}}{۴}} \leq ۱۶۰Mpa$$

$$F \leq ۱۶۰\pi \times ۲۵$$

- برای محاسبه تعداد پیچ ها (n) در محل اتصال داریم :

$$T = F \times R \times n$$

$$= ۴ \times ۱۰۰^{۳}\pi = ۱۶۰\pi \times ۲۵ \times ۱۰۰ \times n$$

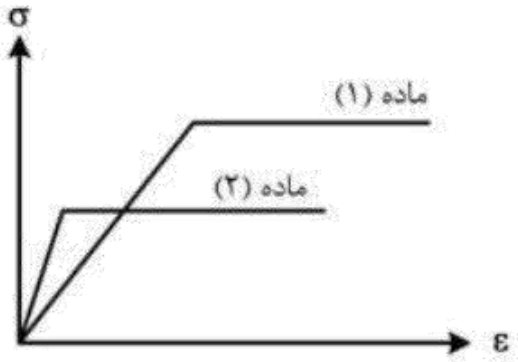
$$\Rightarrow \boxed{n = ۱۰}$$

- با توجه به اینکه حداکثر نیروی هر پیچ را در محاسبه قرار دادیم لذا حداقل تعداد پیچ لازم برابر با ۱۰ عدد می‌باشد .

گزینه (۲)

@Dr_Zarfam

۸- دیاگرام تنش ـ کرنش دو ماده در شکل زیر آورده شده است. کدام‌یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟



۱) سختی ماده (۱) بیشتر از سختی ماده (۲) و مقاومت ماده (۱) بیشتر از مقاومت ماده (۲) است.
۲) سختی ماده (۱) بیشتر از سختی ماده (۲) و مقاومت ماده (۱) کمتر از مقاومت ماده (۲) است.
۳) سختی ماده (۱) کمتر از سختی ماده (۲) و مقاومت ماده (۱) کمتر از مقاومت ماده (۲) است.
۴) سختی ماده (۱) کمتر از سختی ماده (۲) و مقاومت ماده (۱) بیشتر از مقاومت ماده (۲) است.

پاسخ سوال ۸)

- شیب نمودار تنش کرنش در قسمت خطی نشان دهنده مدول الاستیسیته می‌باشد که متناسب با سختی است و با توجه اینکه شیب اولیه ماده ۱ کمتر از شیب اولیه ماده ۲ است ، پس سختی ماده ۱ نیز کمتر از ماده ۲ می‌باشد، همچنین حداکثر تنش قابل تحمل توسط ماده نیز متناسب با مقاومت ماده می‌باشد که با توجه به اینکه حداکثر تنش قابل تحمل در ماده ۱ بیشتر از ماده ۲ است لذا مقاومت آن نیز بیشتر است. بنابر این گزینه ۴ صحیح است.

گزینه (۴)

@Dr_Zarfam

۹- بارهای خود کرنشی نظیر نشست تکیه‌گاهی، نقص عضو و اثرات درجه حرارت در کدام نوع سازه‌ها، روی توزیع نیروهای داخلی اثر می‌گذارند؟

۱) معین استاتیکی

۲) نامعین استاتیکی

۳) معین و نامعین استاتیکی

۴) بدون اثر در نیروهای داخلی

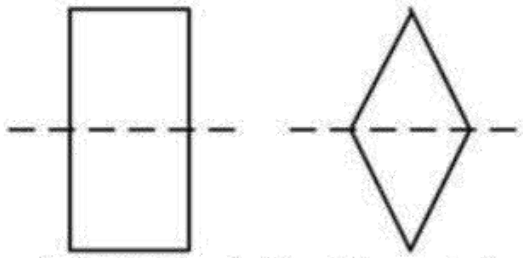
پاسخ سوال ۹)

- در سازه های معین استاتیکی (ایزو استاتیک) ، تغییرات درجه حرارت ، نشست های تکیه گاهی و اشتباه در ساخت (نقص عضو) ، هرگز باعث ایجاد نیرو نمی‌شوند .
- در سازه های نامعین استاتیکی (هیپر استاتیک) عوامل سه‌گانه فوق الذکر می‌توانند نیروی داخلی ایجاد کنند و در نتیجه روی توزیع نیروهای داخلی اثر داشته باشند، بنابر این گزینه ۲ صحیح است.

گزینه (۲)

@Dr_Zarfam

۱۰- دو مقطع مستطیل و لوزی دارای مساحت و جنس یکسان هستند. کدام‌یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟



۱) سختی برشی لوزی بیشتر از سختی برشی مستطیل و سختی خمشی مستطیل بیشتر از سختی خمشی لوزی
۲) سختی برشی لوزی بیشتر از سختی برشی مستطیل و سختی محوری مستطیل برابر سختی محوری لوزی
۳) سختی خمشی لوزی کمتر از سختی خمشی مستطیل و سختی محوری مستطیل برابر سختی محوری لوزی
۴) سختی خمشی لوزی کمتر از سختی خمشی مستطیل و سختی برشی مستطیل بیشتر از سختی برشی لوزی

پاسخ سوال ۱۰)

- با توجه به اینکه جنس و سطح مقطع هر دو مقطع لوزی و مستطیل نمایش داده شده برابر می‌باشد لذا مقدار سختی محوری هر دو مقطع یکسان می‌باشد.
- دقت شود که سختی محوری $\frac{EA}{L}$ می‌باشد که در حل این سوال فرض شده است که طول ها نیز یکسان است و بهتر بود که طراح محترم بجای واژه سختی از صلبیت استفاده نمود.
- سختی خمشی مقاطع نیز متناسب با EI می‌باشد که مقطع مستطیل عملکرد بهتری نسبت به لوزی در خمش دارد زیرا در مقطع لوزی تجمع مصالح در اطراف محور خنثی است که روی محور خنثی تنش خمشی صفر است.
- سختی برشی مقاطع نیز متناسب با GA_s می‌باشد که A_s سطح مقطع موثر برشی است و مقطع لوزی دارای عملکرد بهتری نسبت به مستطیل است زیرا در مقطع لوزی تجمع مصالح در اطراف محور خنثی است که تنش برشی حداکثر می‌باشد و نزدیک لبه های فوقانی و تحتانی که تنش های برشی ناچیز می‌باشد، تجمع مصالح در لوزی کمتر از مستطیل است و بنابراین گزینه ۴ اشتباه می‌باشد .

گزینه (۴)

@Dr_Zarfam

۱۱- تیر AB به طول L و سختی خمشی EI مطابق شکل زیر تحت اثر لنگر متمرکز M قرار دارد. به ازای چه مقادیری از α در سختی فنر $(K = \frac{EI}{\alpha L^3})$، تیر در طول خود، دارای نقطه عطف است؟

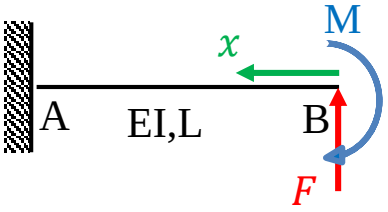
۱) $\alpha < \frac{1}{3}$

۲) $\alpha < \frac{1}{6}$

۳) $\alpha > \frac{1}{3}$

۴) $\alpha > \frac{1}{6}$

پاسخ سوال ۱۱)



- مطابق با روش سازگاری داریم :

$$\Delta_{\text{فنر}} = \Delta^{B}_{\text{تیر}}$$

$$\Rightarrow \frac{F}{K} = \frac{ML^2}{2EI} - \frac{FL^3}{3EI} \Rightarrow F = \frac{M}{2\left(\alpha + \frac{1}{3}\right)L}$$

- لنگر در فاصله x از گره B برابر است با :

$$M(x) = F.x - M$$

- می‌دانیم که در محل نقطه عطف لنگر داخلی صفر بوده و داریم :

$$M(x) = o \Rightarrow x = \frac{M}{F} \Rightarrow x = 2\left(\alpha + \frac{1}{3}\right)L$$

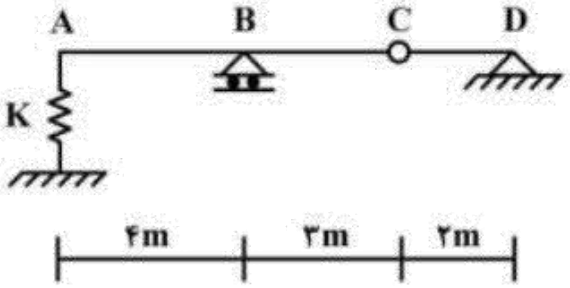
- در صورتی در طول تیر نقطه عطف داریم که :

$$x < L \Rightarrow 2\left(\alpha + \frac{1}{3}\right)L < L \Rightarrow \boxed{\alpha < \frac{1}{6}}$$

گزینه (۲)

@Dr_Zarfam

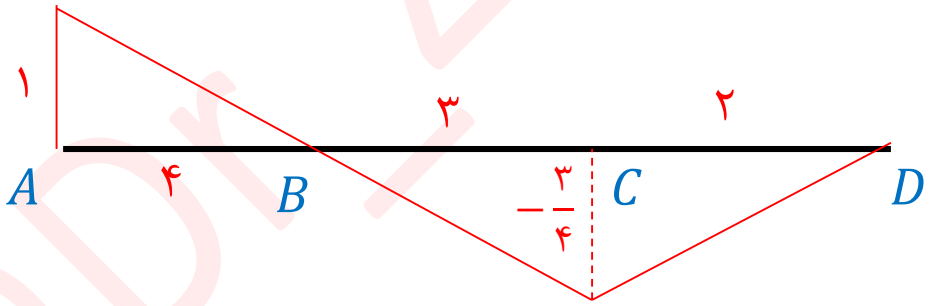
۱۲- از روی تیر ABCD، باری به شدت $\frac{۸}{۳}$kN/m و به طول ۵m می‌گذرد. حداکثر تغییر مکان قائم تکیه‌گاه ارتجاعی در A با سختی $K = ۵$ kN/cm، چند سانتی‌متر برآورد می‌شود؟



۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{۱۵}{۱۶}$
۳) ۱
۴) $\frac{۱۶}{۱۵}$

پاسخ سوال ۱۲)

- حداکثر تغییر مکان فنر در تیر معین داده شده با توجه به رابطه $\Delta = \frac{F}{K}$ به مقدار حداکثر نیروی فنر (F) بستگی دارد و برای محاسبه F_{max} ، خط تاثیر این نیرو را مطابق شکل زیر رسم می‌کنیم :

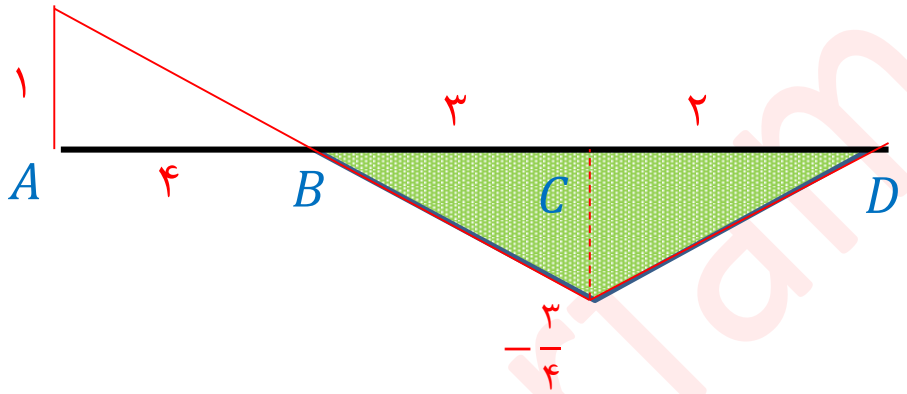


$$F_{max} = w \times \frac{۴ \times ۱}{۲} = ۲w \Longrightarrow F_{max} = ۲ \times \frac{۸}{۳} = \frac{۱۶}{۳}kN$$

$$\Delta_{max} = \frac{F_{max}}{K} = \frac{\frac{۱۶}{۳}}{۵} = \boxed{\frac{۱۶}{۱۵}cm}$$

@Dr_Zarfam

- با توجه به گزینه های داده شده مشخص است که تغییر مکانی بزرگتر از $\frac{۱۶}{۱۵}$ در گزینه ها وجود ندارد و لذا گزینه ۴ صحیح است ولی محل دیگری از بار گسترده یکنواخت را نیز که می‌تواند بحرانی باشد برای اطمینان بیشتر کنترل می‌کنیم:



$$F_{max} = w \times \frac{\frac{۳}{۴} \times ۵}{۲} = \frac{۱۵}{۸} w < ۲w$$

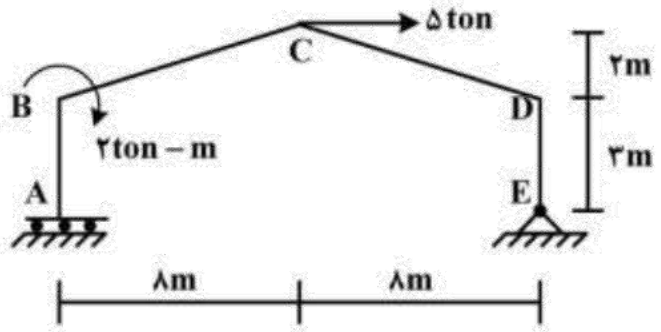
- بنابراین در حالتی که بار گسترده در ناحیه BCD قرار گیرد نیروی فنر کمتر از حالتی است که در ناحیه AB قرار گرفته است.
- دقت شود که اگر بار گسترده یکنواخت داده شده به طول $۵m$ را به گونه‌ای قرار دهیم که ۴ متر از آن در قسمت AB و ۱ متر از آن در قسمت منفی BC قرار گیرد جواب گزینه ۳ خواهد شد که منطقی نیست زیرا در حالتی که یک متر از طول بار خارج از تیر باشد نیروی فنر مقدار بیشتری خواهد داشت .

گزینه (۴)

@Dr_Zarfam

۱۳- در قاب شیبدار ABCDE مطابق شکل زیر، لنگر M_{DC} چند تن ـ متر تخمین زده می‌شود؟ (سختی خمشی همه اعضا برابر EI است.)

۱) ۱۰
۲) ۱۵
۳) ۲۰
۴) ۲۵



پاسخ سوال ۱۳)

- با نوشتن تعادل در راستای x برای کل سازه داریم :

$$\sum F_x = 0 \Longrightarrow E_x = 5ton$$

$$|M_D| = |M_{DE}| = |M_{DC}| = E_x \times 3 = 5 \times 3 = \boxed{15ton.m}$$

گزینه (۲)

@Dr_Zarfam

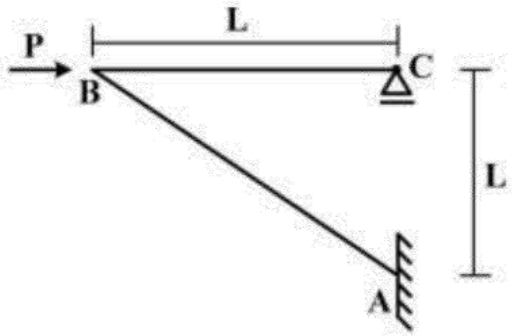
۱۴- در سازه مطابق شکل زیر تحت اثر نیروی افقی P در B، اگر تغییر مکان افقی C برابر $\delta = ۰/۴\frac{PL^۳}{EI}$ باشد، تغییر مکان قائم B و لنگر AB به ترتیب کدام است؟ (سختی خمشی هر دو عضو برابر EI است)

۱) PL, δ

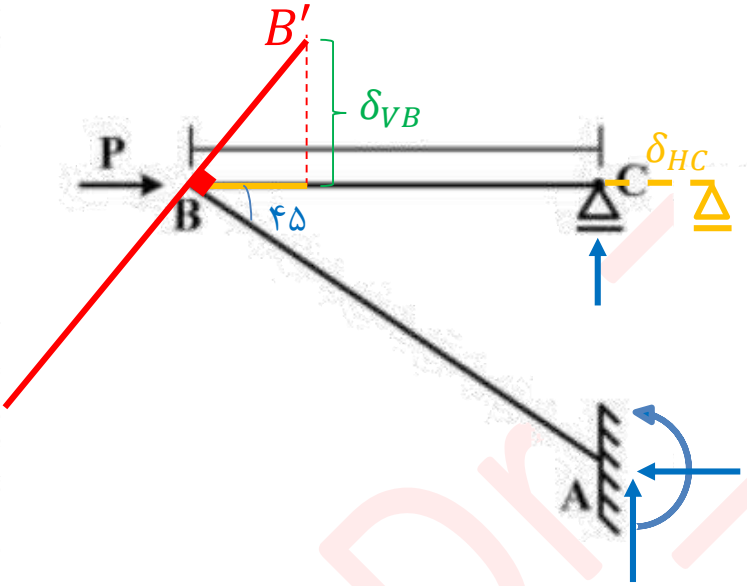
۲) $\sqrt{۲}PL, \delta$

۳) $PL, \sqrt{۲}\delta$

۴) $\sqrt{۲}PL, \sqrt{۲}\delta$



پاسخ سوال ۱۴)



- با توجه به اینکه از تغییر طول محوری عضو BC صرف نظر شده است داریم :

$$\delta_{HC} = \delta_{HB} = \delta = ۰.۴\frac{PL^۳}{EI}$$

- با توجه به اینکه از تغییر طول محوری عضو AB نیز صرف نظر شده است لذا گره B عمود بر عضو AB جابجا می‌شود و داریم:

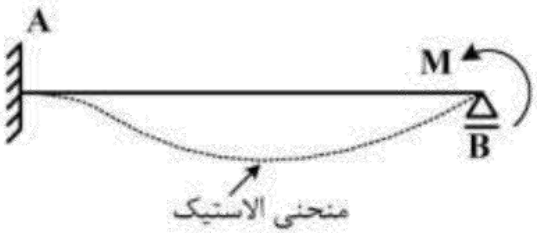
$$tg۴۵ = \frac{\delta_{VB}}{\delta_{HB}} = ۱ \Longrightarrow \delta_{HB} = \delta_{VB} = \delta = ۰.۴\frac{PL^۳}{EI}$$

- برای محاسبه لنگر تکیه‌گاه گیردار A کافی است برای کل سازه تعادل لنگر حول همین نقطه بنویسیم که در این صورت داریم :

$$\sum M_A = ۰ \Longrightarrow M_A = PL$$

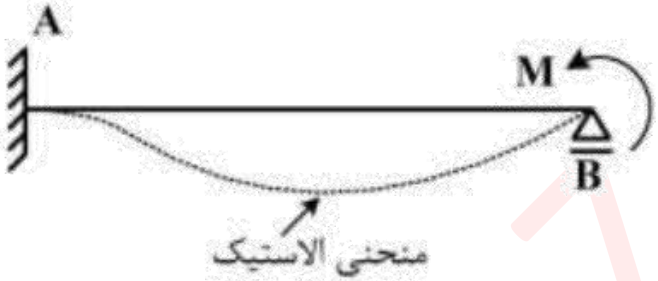
گزینه (۱)

۱۵- در تیر AB به طول L و سختی خمشی ثابت EI تحت اثر لنگر متمرکز M در تکیه‌گاه B، سطح محصور بین محور اولیه تیر و منحنی الاستیک آن برحسب ضریب $\frac{ML^۳}{EI}$ کدام است؟

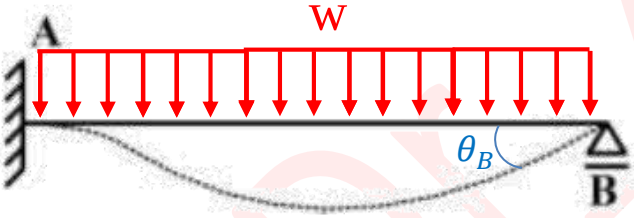


۱) $\frac{۱}{۳۶}$
۲) $\frac{۱}{۴۸}$
۳) $\frac{۱}{۶۴}$
۴) $\frac{۱}{۷۲}$

پاسخ سوال ۱۵)



(الف)



(ب)

- با در نظر گرفتن تیر (ب) و نوشتن قانون بتی ماکسول برای بارگذاری‌های (الف) و (ب) داریم :

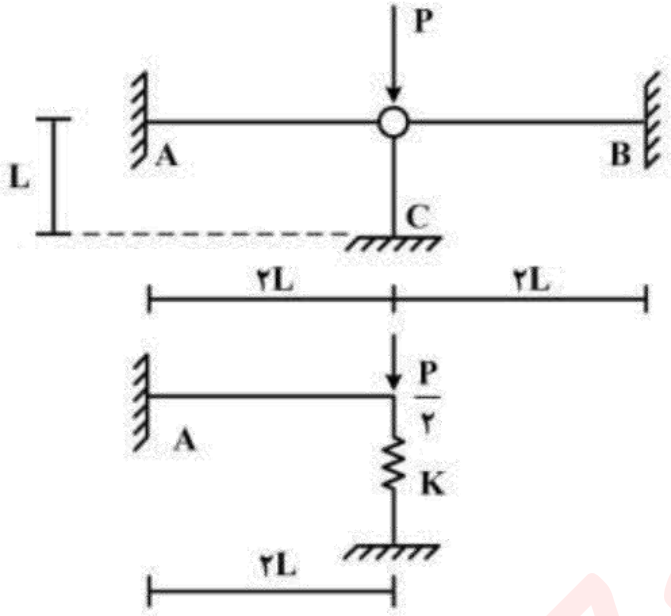
$$M \times \theta_B^{(ب)} = w \times A^{(الف)} \xrightarrow[\theta_B=\frac{wL^۳}{۴۸EI}]{} M \times \frac{wL^۳}{۴۸EI} = w \times A \Longrightarrow \boxed{A = \frac{ML^۳}{۴۸EI}}$$

- که در رابطه بتی-ماکسول، A سطح محصور اولیه تیر (الف) و منحنی تغییر شکل می‌باشد و دوران گره B (θ_B) مطابق با روابط حفظی تیرهای نامعین برابر با $\frac{wL^۳}{۴۸EI}$ می‌باشد.

گزینه (۲)

@Dr_Zarfam

۱۶- با توجه به دو سازه مطابق شکل زیر، برای اینکه لنگر خمشی تکیه‌گاه A در هر دو سازه با هم برابر شوند، سختی فنر (K) باید برحسب $\frac{EI}{L^3}$ چقدر باشد؟ (مقادیر ممان اینرسی I، سطح مقطع A و مدول ارتجاعی E برای هر سه عضو یکسان بوده و $I = AL^2$)



۱) $\frac{1}{2}$
۲) $\frac{1}{4}$
۳) ۲
۴) ۴

پاسخ سوال ۱۶)

- روی محور تقارن سازه‌ی متقارن مستقیم نیروی متمرکز خارجی اعمال شده و همچنین سختی میله می‌بایست در سازه نصف شده معادل نصف گردد، بنابر این برای اینکه سازه پایینی معادل سازه بالایی باشد و در نتیجه لنگر تکیه گاه A در هر دو سازه برابر باشد داریم :

$$k = \frac{1}{2}\frac{EA}{L} \xrightarrow{I=AL^2} \boxed{K = \frac{1}{2}\frac{EI}{L^3}}$$

- دقت شود که ستون وسط در سازه بالا فقط تغییرطول محوری داشته و با توجه به تقارن مستقیم سازه تغییر شکل خمشی نخواهد داشت بنابراین فنر معادل با این ستون در سازه نصف شده معادل تنها دارای سختی از نوع محوری می‌باشد.

گزینه (۱)

@Dr_Zarfam

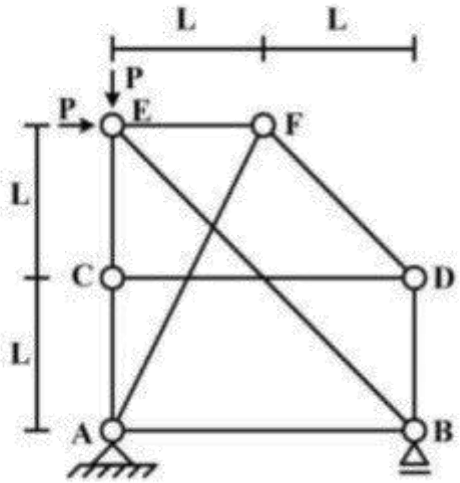
۱۷- در سازه خرپایی مطابق شکل زیر، نیروی عضو BE کدام است؟

۱) $-\sqrt{۲}P$

۲) $-\frac{\sqrt{۲}}{۲}P$

۳) صفر

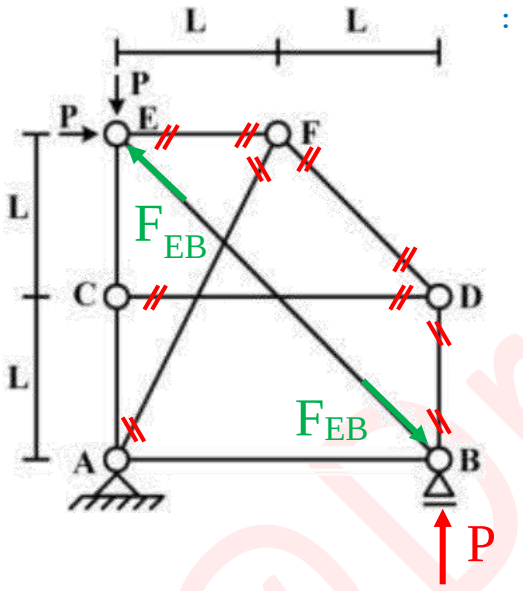
۴) خرپا ناپایدار است.



پاسخ سوال ۱۷)

- با نوشتن تعادل لنگر در کل سازه حول نقطه A داریم :

$$\sum M_A = ۰ \Longrightarrow R_B = P$$



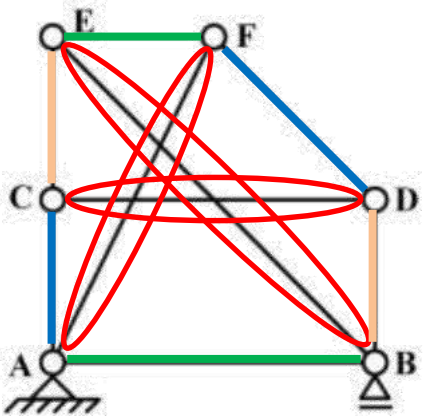
- در گره C میله CD صفر نیرویی بوده و در گره D نیز با توجه به صفر نیرویی بودن این میله، اعضای FD و BD نیز صفر نیرویی می‌باشند.

پس با نوشتن تعادل قائم در گره B داریم:

$$\sum F_y = ۰ \Longrightarrow F_{EB} \sin ۴۵ = P$$

$$\Longrightarrow \boxed{F_{EB} = \sqrt{۲}P \text{ فشاری}}$$

- خرپای معین داده شده پایدار است زیر از نظر خارجی دارای ۳ عکس‌العمل غیر موازی و غیر هم رأس بوده و از نظر داخلی مطابق شکل زیر اتصال ۳ جسم پایدار به کمک ۶ میله مشروط می‌باشد .



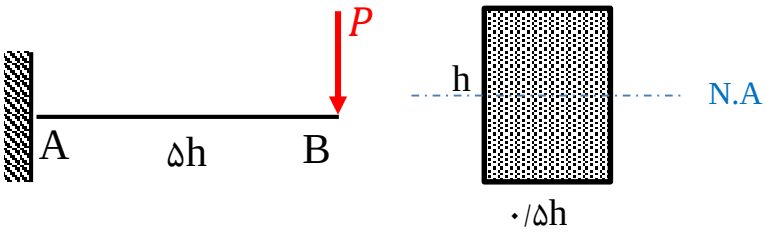
گزینه (۱)

@Dr_Zarfam

۱۸- در یک تیر طره عمیق به طول L با مقطع مستطیلی به عرض b و عمق (ارتفاع) h که تحت بار انتهایی قائم P قرار دارد، اگر تغییر شکل‌های ناشی از برش در مقایسه با خمش نیز در نظر گرفته شود، چند درصد به جابه‌جایی قائم انتهای آزاد اضافه می‌گردد؟ ($b=\frac{h}{2}$ ، $L=5h$ و مدول برشی $G=0.4E$ ، E مدول ارتجاعی)

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۱۰

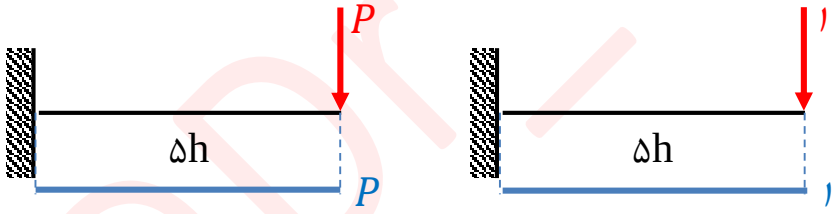
پاسخ سوال ۱۸)



- مقدار تغییر مکان قائم B ناشی از اثرات خمش در تیر AB با استفاده از روابط حفظی تیر های معین مطابق رابطه زیر می‌باشد :

$$\delta_B^{\text{خمشی}} = \frac{PL^3}{3EI} = \frac{P}{E} \times \frac{(5h)^3}{3 \times \frac{1}{12}(0.5h)(h)^3} = 1000\frac{P}{Eh}$$

- مقدار تغییر مکان قائم B ناشی از اثرات برش در تیر AB با استفاده از کار مجازی مطابق با رابطه زیر محاسبه می‌گردد : (ضریب f_s برای مقاطع مستطیلی برابر با ۱/۲ می‌باشد)



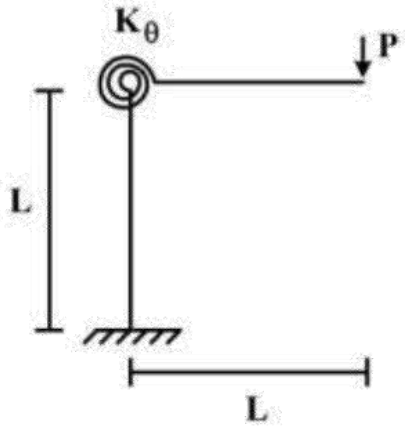
$$1 \times \delta_B^{\text{برشی}} = \int_0^L f_s \frac{V \times v \times dx}{GA} = 1.2 \int_0^{5h} \frac{P \times 1 \times dx}{GA} = \frac{6hP}{0.4EA}$$
$$= 30\frac{P}{Eh}$$

- درصد اضافه شدن تغییر مکان انتهای آزاد تیر طره ناشی از اضافه شدن اثرات برش به تغییر مکان ناشی از اثرات خمش برابر است با:

$$\frac{\delta_B^{\text{برشی}}}{\delta_B^{\text{خمشی}}} \times 100 = \frac{30\frac{P}{Eh}}{1000\frac{P}{Eh}} \times 100 = \boxed{3\%}$$

گزینه (۲)

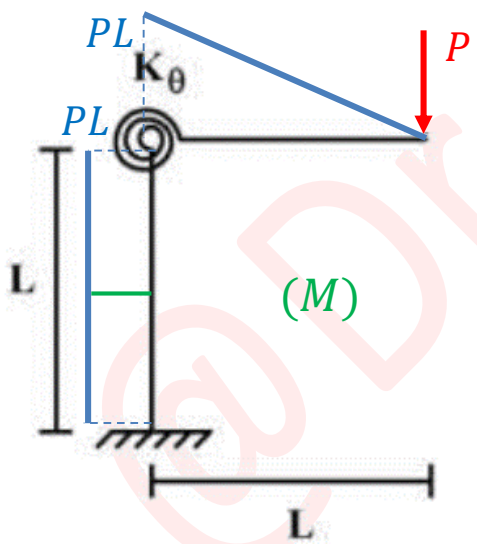
۱۹- در قاب طره‌ای مطابق شکل زیر، سختی خمشی تیر و ستون برابر EI و سختی فنر دورانی (پیچشی) برابر $K_\theta = \frac{EI}{L}$ می‌باشند. تغییر مکان قائم انتهای طره زیر بار قائم P چه ضریبی از $\frac{pL^3}{EI}$ می‌باشد؟

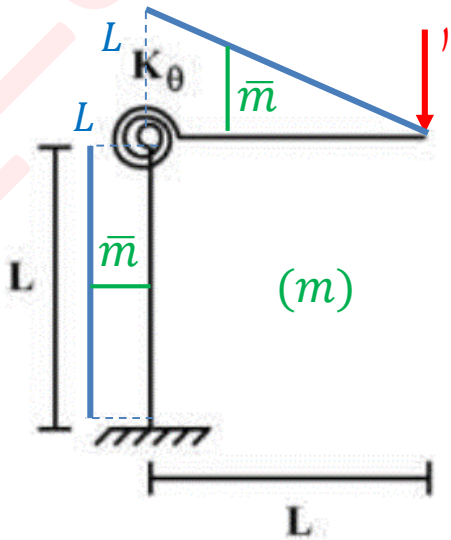


۱) $\frac{1}{3}$
۲) $\frac{4}{3}$
۳) $\frac{5}{3}$
۴) $\frac{7}{3}$

پاسخ سوال ۱۹)

- با ترسیم نمودار لنگر خمشی در سازه اصلی (M) و سازه واحد (m) و نوشتن رابطه کار مجازی داریم :





$$1 \times \delta_{VA} = \sum \frac{A_M}{EI} . \bar{m} + \frac{mM}{K_\theta}$$

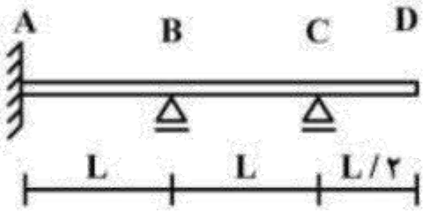
$$\Rightarrow \delta_{VA} = \frac{PL \times L}{2EI} \times \frac{2}{3} L + \frac{PL \times L}{EI} \times L + \frac{PL \times L}{\frac{EI}{L}} = \frac{7}{3} \frac{PL^3}{EI}$$

- بهتر بود که در صورت سوال از عبارت صلبیت خمشی برای EI استفاده می‌شد.

گزینه (۴)

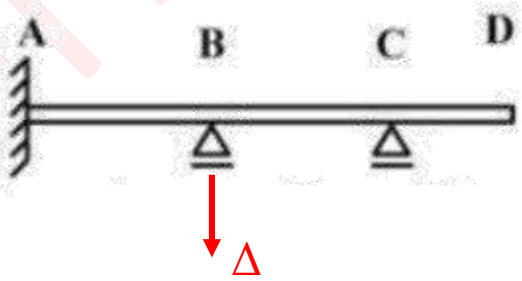
@Dr_Zarfam

۲۰- در تیر مطابق شکل زیر، اگر تکیه‌گاه B به اندازهٔ Δ نشست کند، اندازه لنگر تکیه‌گاه A چه ضریبی از $\frac{EI\Delta}{L^2}$ است؟ (EI درطول تیر ثابت است)



۱) $\frac{۱۲}{۷}$
۲) $\frac{۱۷}{۷}$
۳) $\frac{۲۲}{۷}$
۴) $\frac{۲۷}{۷}$

پاسخ سوال ۲۰)



$$\sum M_B = ۰ \Longrightarrow M_{BA} + M_{BC} = ۰ \qquad (*)$$

$$M_{BA} = \frac{۲EI}{L}\left(۲\theta_B - \frac{۳\Delta}{L}\right)$$

$$M_{BC} = \frac{۳EI}{L}\left(\theta_B - (\frac{-\Delta}{L})\right) \qquad \text{(شیب افت اصلاح شده)}$$

$$\overset{(*)}{\Rightarrow} \frac{۷EI}{L}\theta_B - \frac{۳EI}{L^2}\Delta = ۰ \Longrightarrow \theta_B = \frac{۳}{۷}\frac{\Delta}{L}$$

$$M_A = M_{AB} = \frac{۲EI}{L}\left(\theta_B - \frac{۳\Delta}{L}\right)$$

$$\Longrightarrow M_A = \frac{۲EI}{L}\left(\frac{۳}{۷}\frac{\Delta}{L} - \frac{۳\Delta}{L}\right) = -\frac{۳۶}{۷}\frac{EI\Delta}{L^2}$$

- پاسخ در گزینه ها نمی‌باشد
- دقت شود که این تیر نامعین را می‌توان از روش سازگاری نیز حل نمود که البته راه حل آن طولانی تر است.

موفق باشـــید

@Dr_Zarfam