پاسخ تشریحی تحلیل و مقاومت

دکتری ۱۴۰۰

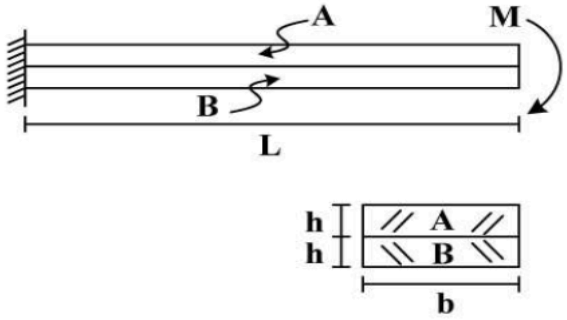
دکتر زرفـــام

@Dr_Zarfam

instagram.com/Dr_Zarfam

سوال ۱)

دو تیر A و B مطابق شکل زیر به‌صورت گیردار به تکیه‌گاه متصل هستند. تحت اثر لنگر انتهایی M، تیرها بدون اصطکاک روی یکدیگر می‌لغزند بدون آنکه تماسشان را از دست دهند. اگر M_A سهم تیر A از M و M_B سهم تیر B از M باشد، درصورتی‌که $M=\frac{1}{6}E_A bh^2$ و $E_A=\frac{1}{2}E_B$، آنگاه بین M_A و M_B کدام رابطه برقرار است؟



۱) $\frac{M}{2M_A}-\frac{M}{M_B}=1$

۲) $\frac{M_A}{2M}-\frac{M_B}{M}=1$

۳) $\frac{M}{2M_B}-\frac{M}{M_A}=1$

۴) $\frac{M_B}{2M}-\frac{M_A}{M}=1$

پاسخ سوال ۱) گزینه ۱ (دشوار)

با توجه به اینکه دو ضلع به یکدیگر متصل نمی‌باشند ، رابطه شعاع انحنا دو مقطع برابر است با :

$$\rho_B + h = \rho_A$$

- از طرفی مطابق با رابطه (**) در کلاس مقاومت مصالح داریم :

$$\rho=\frac{EI}{M}\Rightarrow\frac{(EI)_B}{M_B}+h=\frac{(EI)_A}{M_A}\Rightarrow\frac{E_B\times\frac{bh^3}{12}}{M_B}+h=\frac{E_A\times\frac{bh^3}{12}}{M_A}$$

$$\Rightarrow h=E_A\times\frac{bh^3}{12}\left(\frac{1}{M}-\frac{2}{M_B}\right)\quad (I)$$

- از طرفی داریم : $M=M_A+M_B\Rightarrow\frac{1}{6}E_A bh^2=M_A+M_B$

$$\Rightarrow E_A bh^2=6(M_A+M_B)\quad (II)$$

- از ترکیب روابط I و II داریم :

$$\overset{I,II}{\Rightarrow} h=\left(\frac{6(M_A+M_B)}{12}\right)\times h\times\left(\frac{1}{M_A}-\frac{2}{M_B}\right)$$

$$\Rightarrow 1=\frac{M}{2}\left(\frac{1}{M_A}-\frac{2}{M_B}\right)\Rightarrow\frac{M}{2M_A}-\frac{M}{M_B}=1$$

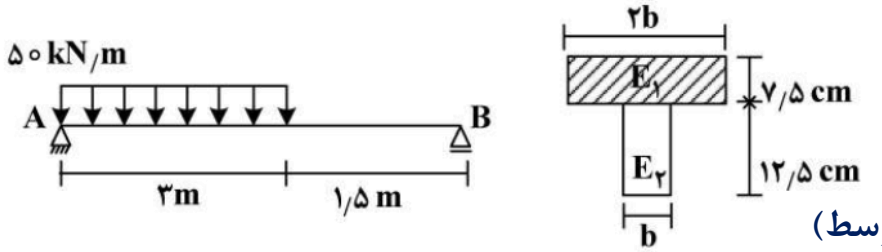
- دقت شود که فرض طراح محترم این است که مرکز انحنا هر دو مقطع ، یک نقطه باشد. در صورتی که این فرض برقرار نباشد جواب سوال در گزینه ها نیست .

@Dr_Zarfam

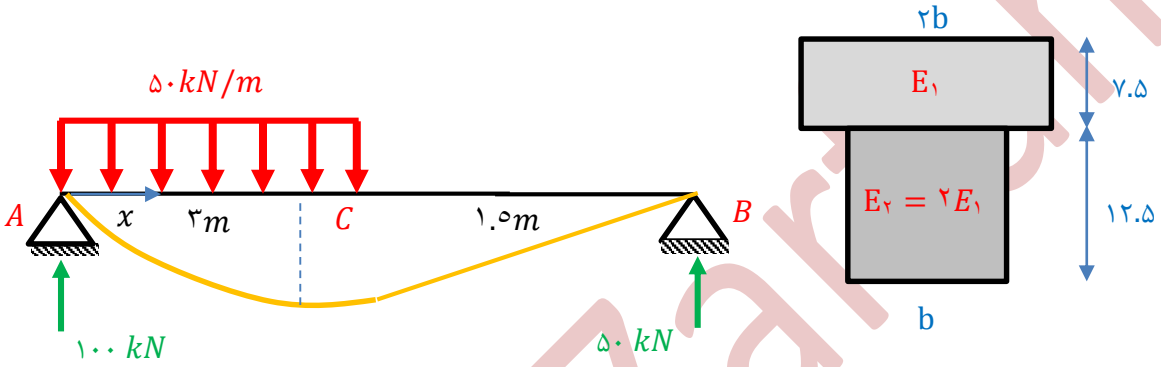
سوال ۲)

سطح مقطع تیر AB از دو مصالح با مدول الاستیسیته $E_1 = 100GPa$ و $E_2 = 200GPa$ تشکیل شده است. اگر تنش مجاز مصالح $\sigma_1 = 80MPa$ و $\sigma_2 = 120MPa$ باشد، حداقل مقدار b چند سانتی‌متر است؟

۱) ۶/۲۵
۲) ۱۲/۵
۳) ۱۸/۷۵
۴) ۲۵



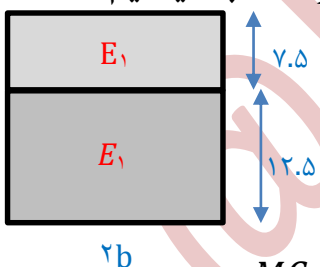
پاسخ سوال ۲) گزینه ۲ (متوسط)



$$V(x) = 0 \Rightarrow 100 - 50 \times x = o \Rightarrow x = 2m$$ محل لنگر حداکثر

$$M_{max} = 100 \times 2 - 50 \times 2 \times \frac{2}{2} = 100kN.m$$

- مطابق با نمودار لنگر سازه نشان داده حداکثر مقدار لنگر وارد بر مقطع برابر با $100kN.m$ است.
- ابتدا مقطع را به یک مقطع همگن تبدیل نموده و ضریب تبدیل را مطابق زیر محاسبه میکنیم:



$$n = \frac{E_2}{E_1} = 2$$

- حال مقدار حداکثر تنش را در هر یک از مصالح بررسی می‌کنیم :

$$\sigma^2_{max} = \frac{MC}{I} \times n \leq \sigma^{all}_{max} \Rightarrow (100 \times 10^5) \times \frac{10}{\frac{1}{12}(2b)(20)^3} \times 2 \leq 12000$$

$$\Rightarrow b \geq 12.5$$

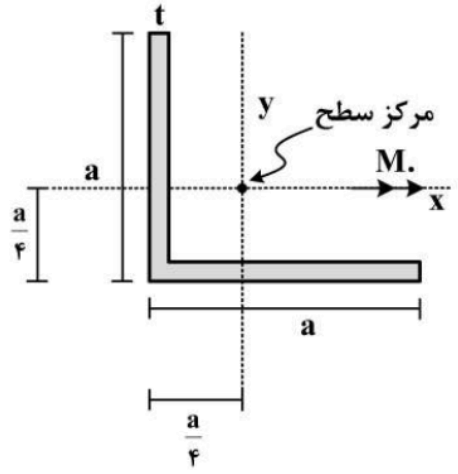
$$\sigma^1_{max} = \frac{MC}{I} \leq \sigma^{all}_{max} \Rightarrow (100 \times 10^5) \times \frac{10}{\frac{1}{12}(2b)(20)^3} \leq 8000$$

$$\Rightarrow b \geq 9.375$$

@Dr_Zarfam

سوال ۳)

در مقطع داده شده ممان اینرسی حداکثر ۴ برابر ممان اینرسی حداقل است. مقدار تنش خمشی حداکثر چند برابر $\frac{M_o a}{I}$ است؟ $(I_{max} = 4I_{min} = 4I)$



۱) $\frac{3\sqrt{2}}{8}$

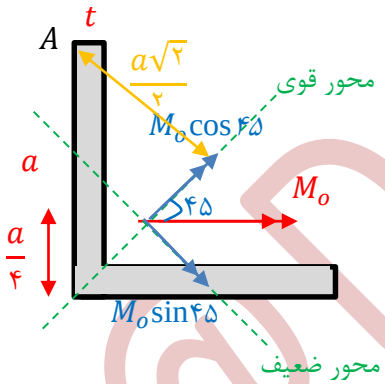
۲) $\frac{\sqrt{2}}{8}$

۳) $\sqrt{2}$

۴) $\frac{3}{8}$

پاسخ سوال ۳) گزینه ۴ (دشوار)

- دقت شود که نبشی داده شده تحت خمش دو محوره می‌باشد و لذا برای محاسبه حداکثر تنش عمودی در مقطع نبشی که در نقطه A رخ می‌دهد داریم:

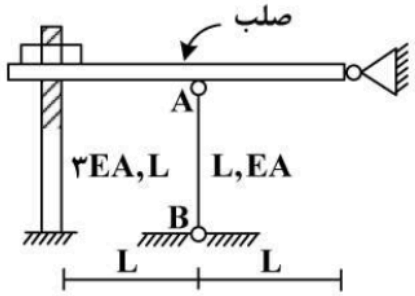


$$\sigma_{max}^{A} = \frac{(M\cos 45)\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)}{I_{\text{قوی}}(=4I)} + \frac{(M\sin 45)\left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)}{I_{\text{ضعیف}}(=I)} = \frac{3M_o a}{8I}$$

@Dr_Zarfam

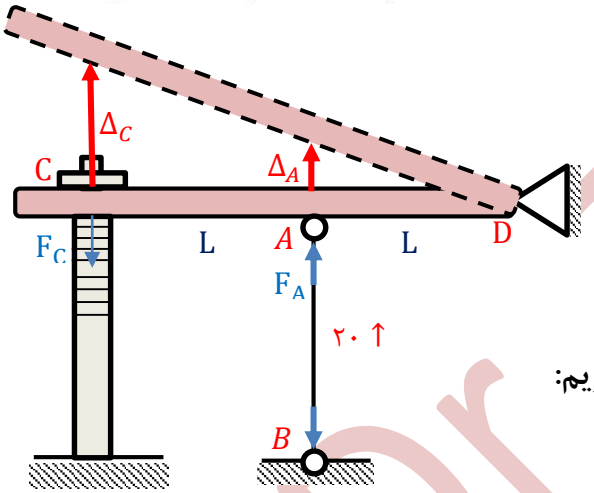
سوال ۴)

در سازه زیر مهره به‌گونه‌ای محکم شده است که تنشی در سازه ایجاد نمی‌گردد، چنانچه مهره به اندازه یک دور دیگر محکم گردد و دمای میله AB به مقدار $۲۰^{\circ}C$ افزایش یابد، نیروی ایجاد شده در میله AB (برحسب kg) کدام است؟ (گام پیچ ۲mm ، $\alpha = ۱۰^{-۴}\frac{۱}{^{\circ}C}$ ، $EA = ۱۳۰\frac{ton}{cm^{۲}}$ ، $L = ۱m$)



۱) ۱۸۰
۲) ۲۴۰
۳) ۳۶۰
۴) ۴۸۰

پاسخ سوال ۴) گزینه ۳ (دشوار)



- با نوشتن رابطه تعادل حول گره D خواهیم داشت:

$$F_C \times 2L = F_A \times L$$

$$\Rightarrow F_A = 2F_C = F$$

- حال به عنوان رابطه سازگاری و با توجه به رابطه تالس داریم:

$$\boxed{\Delta_C = 2\Delta_A}$$

$$\Rightarrow \left[\frac{F_C L}{۳EA} - n \times \delta_{\text{گام}}\right] = ۲\left[\alpha \Delta T L - \frac{F_A L}{EA}\right] \Rightarrow$$

$$\frac{\frac{F}{۲} \times ۱۰۰}{۳ \times (۱۳۰)} - ۱ \times ۰.۲cm = ۲\left[۱۰^{-۴} \times ۲۰ \times ۱۰۰ - \frac{F \times ۱۰۰}{۱۳۰}\right]$$

$$\Rightarrow F = ۰.۳۶ton = ۳۶۰kg$$

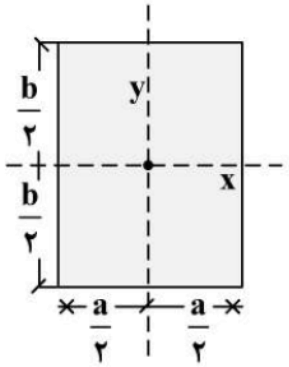
$$\Rightarrow \boxed{F_A = F = ۳۶۰kg}$$

دقت شود که در صورت سوال واحد EA=۱۳۰ ton باید باشد .

@Dr_Zarfam

سوال ۵)

در مقطع مستطیلی زیر چنانچه قطر مقطع همواره مقداری ثابت باشد، نسبت $\frac{a}{b}$ چقدر باشد تا مقاومت خمشی حول محور x حداکثر گردد؟



۱) $\sqrt{۲}$

۲) $\sqrt{۳}$

۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

پاسخ سوال ۵) گزینه ۴ (متوسط)

$$\sigma_{max} = \frac{M}{S} \leq \sigma_{all} \Rightarrow M \leq S\sigma_{all}$$

- با توجه به رابطه فوق برای حداکثر شدن مقدار مقاومت خمشی می‌بایست اساس مقطع حداکثر شود پس داریم:

$$S_{max} = \left(\frac{ab^۲}{۶}\right)_{max}$$

- با توجه به اینکه مقدار قطر مقطع ثابت (برابر با d) فرض شده می‌توان b را بر حسب a به صورت زیر تعریف نمود :

$$a^۲ + b^۲ = d^۲ \Longrightarrow b^۲ = d^۲ - a^۲$$

- حال رابطه اساس مقطع را بر حسب a باز نویسی نموده و با مشتق گیری نسبت a مقدار a را محاسبه می‌کنیم :

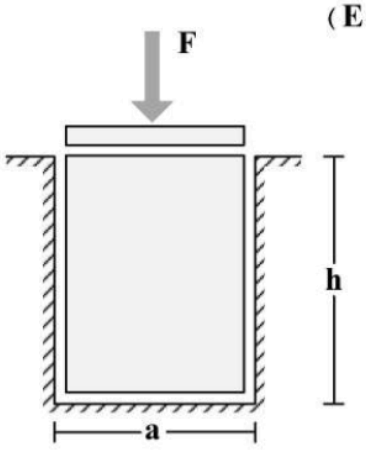
$$S_{max} = \left(\frac{a(d^۲ - a^۲)}{۶}\right)_{max} \xrightarrow{\frac{dS}{da}=o} \frac{d^۲}{۶} - \frac{۳a^۲}{۶} = o \Longrightarrow \boxed{a = d/\sqrt{۳}}$$

$$a = \frac{d}{\sqrt{۳}} \Rightarrow b = \sqrt{\frac{۲}{۳}} \Rightarrow \boxed{\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}}$$

@Dr_Zarfam

سوال ۶)

یک قطعهٔ فولادی با سطح مقطع مربعی به ابعاد $a\times a$ و ارتفاع h مطابق شکل زیر در داخل یک حفره بدون اصطکاک قرار دارد. قبل از بارگذاری قطعهٔ فولادی به‌صورت کامل در تماس با جداره‌های حفره است (بدون ایجاد تنش)، اگر نیروی F با واسطه یک صفحه صلب به‌صورت یکنواخت در بالای قطعهٔ فولادی اعمال شود، تغییر ارتفاع قطعهٔ فولادی (Δh)، کدام است؟ (ضریب پواسون قطعه ν و مدول الاستیسیته قطعه E)



۱) $-\frac{Fh}{a^2E}(1-\nu^2)$

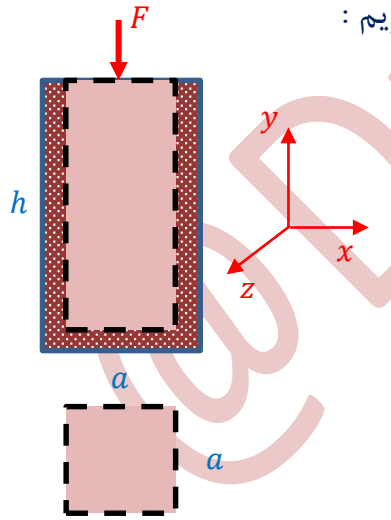
۲) $-\frac{Fh}{a^2E}\frac{(1-\nu)(1+2\nu)}{1-\nu}$

۳) $-\frac{Fh}{a^2E}\frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{1-\nu}$

۴) $-\frac{Fh}{a^2E}$

پاسخ سوال ۶) گزینه ۳ (متوسط)

با توجه به اینکه اطراف قطعه فولادی در جهات x و z بسته می‌باشد داریم :



$$\varepsilon_x=\frac{1}{E}\left(\sigma_x-\vartheta\left(\sigma_y+\sigma_z\right)\right)=0$$

$$\varepsilon_z=\frac{1}{E}\left(\sigma_z-\vartheta\left(\sigma_y+\sigma_x\right)\right)=0$$

$$\Longrightarrow \sigma_x=\sigma_z=\frac{\vartheta}{1-\vartheta}\sigma_y$$

$$\varepsilon_y=\frac{1}{E}\left(\sigma_y-\vartheta(\sigma_x+\sigma_z)\right)=\frac{1}{E}\left(\sigma_y-\frac{2\vartheta^2}{1-\vartheta}\sigma_y\right)$$

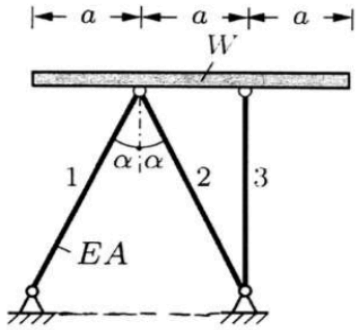
$$=\frac{1}{E}\frac{(1+\vartheta)(1-2\vartheta)}{1-\vartheta}\frac{-F}{a^2}$$

بنابر این مقدار Δh برابر است با : $\Delta h=\varepsilon_y\times h$

$$\Longrightarrow \Delta h=-\frac{(1+\vartheta)(1-2\vartheta)}{1-\vartheta}\frac{Fh}{Ea^2}\ \text{(کاهش طول)}$$

@Dr_Zarfam

سوال ۷) یک تیر صلب با وزن W بر روی ۳ میلهٔ الاستیک با صلبیت EA مطابق شکل قرار داده می‌شود. زاویه شیب تیر صلب (B) نسبت به افق تحت اثر وزن تیر چقدر است؟



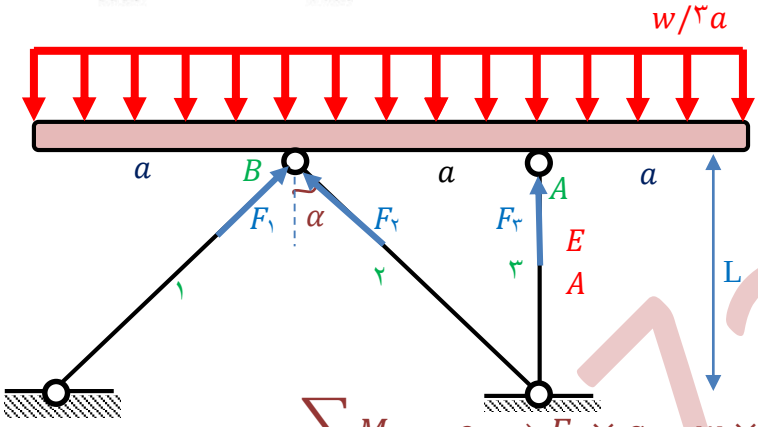
۱) $\frac{۲\cos\alpha-۱}{۴\cos\alpha}\cdot\frac{W\cot\alpha}{EA}$

۲) $\frac{۲\cos^۳\alpha-۱}{۴\cos^۳\alpha}\cdot\frac{W\tan\alpha}{EA}$

۳) $\frac{\cos^۳\alpha-۱}{۲\cos^۳\alpha}\cdot\frac{W\cot\alpha}{EA}$

۴) $\frac{۲\cos^۳\alpha-۱}{۴\cos^۳\alpha}\cdot\frac{W\cot\alpha}{EA}$

پاسخ سوال ۷) گزینه ۴ (متوسط)



با توجه به اینکه سازه معین استاتیکی (ایزو استاتیک) هست داریم :

$$\sum M_B = o \Rightarrow F_۳ \times a = w \times ۰.۵a \Rightarrow F_۳ = \frac{w}{۲}\ (\text{فشاری})$$

$$\sum F_x = o \Rightarrow F_۱ sin\alpha = F_۲ sin\alpha \Rightarrow F_۱ = F_۲$$

$$\sum F_y = o \Rightarrow F_۱ cos\alpha + F_۲ cos\alpha + F_۱ = w \Rightarrow ۲F_۱ cos\alpha + \frac{w}{۲} = w$$

$$\Rightarrow F_۱ = F_۲ = \frac{w}{۴cos\alpha}\ (\text{فشاری})$$

(جابجایی قائم گره A) :

$$\delta_A = \Delta_۳ = \frac{F_۳ L}{EA} = \frac{wL}{۲EA}$$

(جابجایی قائم گره B) :

$$\delta_B = \frac{\Delta_۱}{cos\alpha} = \frac{F_۱ L/cos\alpha}{EAcos\alpha} = \frac{\frac{w}{۴cos\alpha}\times L/cos\alpha}{EAcos\alpha} = \frac{wL}{۴\cos^۳\alpha\, EA}$$

دوران میله صلب :

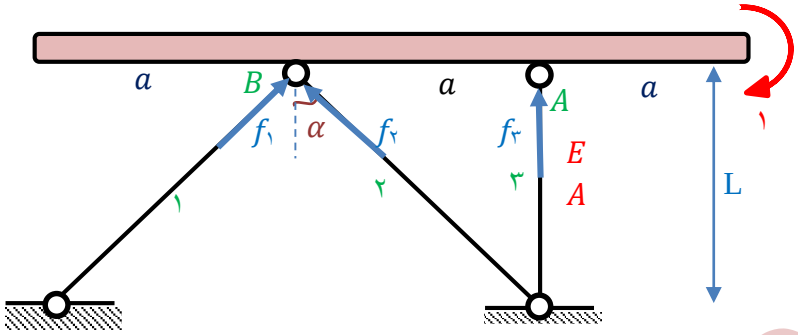
$$\theta = \frac{\delta_A - \delta_B}{a} = \frac{\frac{wL}{۲EA} - \frac{wL}{۴\cos^۳\alpha\, EA}}{a} = \frac{۲\cos^۳\alpha - ۱}{۴\cos^۳\alpha}\frac{wL}{EAa} \xrightarrow{\frac{L}{a}=cot\alpha} \theta = \frac{۲\cos^۳\alpha - ۱}{۴\cos^۳\alpha}\times\frac{wcot\alpha}{EA}$$

این سوال را از روش کارمجازی نیز می‌توان حل نمود.

@Dr_Zarfam

ادامه پاسخ سوال ۷)

- حل سوال به روش کار مجازی :
- ابتدا سازه واحد را رسم میکنیم :



- مشابه قبل برای محاسبه $f_۱$ ، $f_۲$ و $f_۳$ محاسبه می‌گردد :

$$f_۳ = \frac{۱}{a}$$

$$f_۱ = f_۲ = \frac{۱}{۲a\cos\alpha}$$

$$۱ \times \theta = \sum \frac{fFL}{EA} =$$

$$\frac{۱}{EA}\left[\left(\frac{۱}{۲a\cos\alpha}\right)\left(-\frac{w}{۴\cos\alpha}\right) \times ۲ \times \frac{l}{\cos\alpha} + \frac{۱}{a} \times \frac{w}{۲} \times L\right]$$

$$\frac{L}{a}=\cot\alpha \Longrightarrow \theta = \frac{۲\cos^۳\alpha - ۱}{۴\cos^۳\alpha} \times \frac{w\cot\alpha}{EA}$$

@Dr_Zarfam

سوال ۸)

تیری که از مصالح با رفتار الاستیک خطی ساخته شده، تحت دو بارگذاری به‌طور جداگانه قرار می‌گیرد. شعاع انحنا یک نقطه تحت بارگذاری اول برابر $45m$ و تحت بارگذاری دوم برابر $90\,m$ در جهت انحنای ناشی از بارگذاری اول است. چنانچه این تیر به‌طور هم‌زمان تحت دو بارگذاری مذکور قرار گیرد، شعاع انحنای تیر آن نقطه چندمتر است؟

۱) ۴۵
۲) ۳۰
۳) ۱۳۵
۴) ۷۵

پاسخ سوال ۸) گزینه ۲ (ساده)

- مطابق با رابطه (**) خمش داریم:

$$M_1 = \frac{EI}{\rho_1} = \frac{EI}{45}$$

$$M_2 = \frac{EI}{\rho_2} = \frac{EI}{90}$$

$$M_T = M_1 + M_2 \Rightarrow \frac{EI}{\rho_T} = \frac{EI}{\rho_1} + \frac{EI}{\rho_2}$$

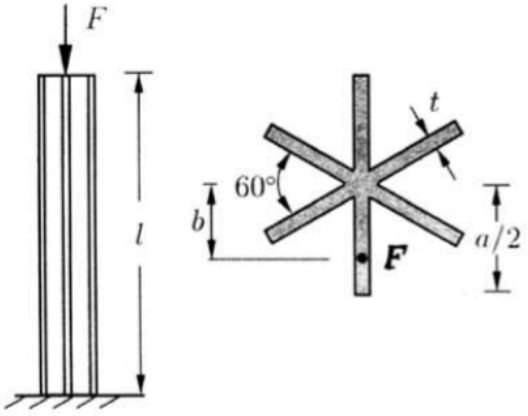
$$\Rightarrow \frac{1}{\rho_T} = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}$$

$$\Rightarrow \rho_3 = 30m$$

@Dr_Zarfam

سوال ۹)

یک ستون کوتاه با سطح مقطع ستاره مانند که در آن ضخامت اجزاء خیلی کوچک‌تر از ابعاد سطح مقطع است ($t \ll a$) با خروج از مرکزیت b تحت نیروی فشاری F قرار گرفته است. حداکثر b به شرطی که هیچ نقطه از ستون تحت کشش قرار نگیرد، چقدر است؟



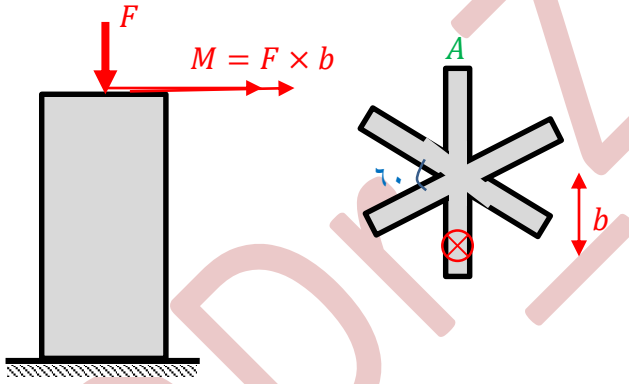
۱) $\frac{a}{۱۲}$

۲) $\frac{۵a}{۳۶}$

۳) $\frac{۵a}{۷۲}$

۴) $\frac{a}{۶}$

پاسخ سوال ۹) گزینه ۱ (متوسط)



- برای اینکه هیچ نقطه ای از ستون تحت کشش قرار نگیرد حداکثر تنش کششی که در نقطه A ایجاد می‌شود صفر گردد پس داریم :

$$\sigma_A = -\frac{F}{A} + \frac{MC}{I} = o \Longrightarrow$$

$$-\frac{F}{۳at} + \frac{(Fb) \times \left(\frac{a}{۲}\right)}{\left(\frac{۱}{۱۲}ta^۳ + ۲ \times \frac{۱}{۱۲}ta^۳ \times \sin^۲ ۳۰\right)} = o$$

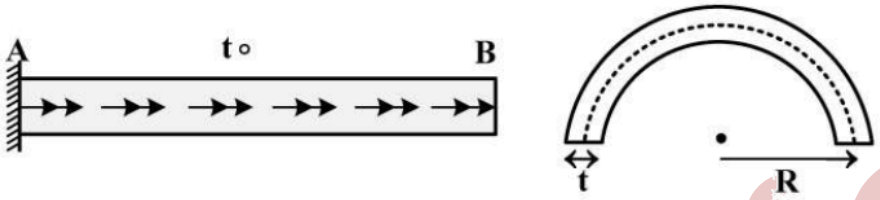
$$\Longrightarrow \frac{F}{۳at} = \frac{۱۲}{۳}\frac{Fb}{a^۲t}$$

$$\Longrightarrow b = \frac{۱}{۱۲}a$$

@DrZarfam

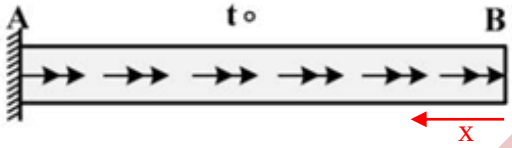
سوال ۱۰)

میله AB به طول L با سطح مقطع جدار نازک نشان داده شده تحت گشتاور گسترده پیچشی یکنواختی به شدت $t_0 \frac{N.m}{m}$ قرار دارد، زاویه پیچش نقطهٔ B برحسب $\frac{t_0 L^2}{G\pi R^4}$ کدام است؟ (G مدول برشی مصالح است و $t=\frac{1}{20}R$)



۱) ۶۰۰۰
۲) ۱۲۰۰۰
۳) ۱۶۰۰۰
۴) ۲۴۰۰۰

پاسخ سوال ۱۰) گزینه ۲ (متوسط)



- ابتدا مقدار J این مقطع جدار نازک باز را محاسبه می‌کنیم :

$$J=\frac{1}{3}L_i t^3=\frac{1}{3}\pi R\left(\frac{R}{20}\right)^3$$

- با توجه به تغییرات لنگر در طول تیر برای محاسبه زاویه پیچش داریم:

$$\varphi_B=\varphi_{B/A}=\int_o^L\frac{T(x)dx}{GJ}=\int_o^L\frac{(t_o x)\,dx}{G\times\frac{1}{3}\pi R\left(\frac{R}{20}\right)^3}=\frac{L^2}{2}\frac{t_o}{G\times\frac{1}{3}\pi R\left(\frac{R}{20}\right)^3}$$

$$\Rightarrow \varphi_{B/A}=12000\frac{t_o L^2}{G\pi R^4}$$

@Dr_Zarfam

سوال ۱۱)

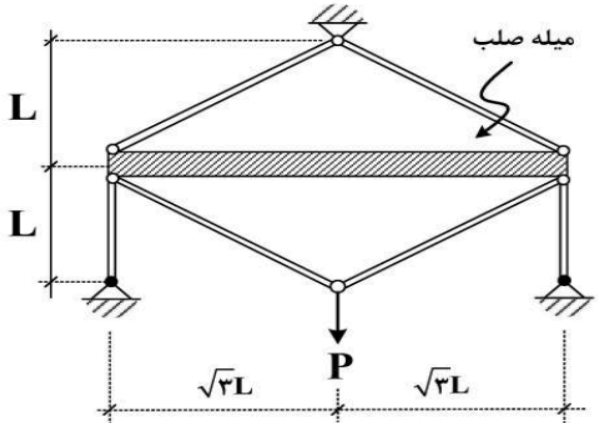
در سازه زیر، تغییر مکان محل اثر بار چه ضریبی از $\frac{PL}{EA}$ است؟ (سطح مقطع تمام اعضا A و مدول الاستیسیته آن‌ها E است).

۱) $\frac{۴}{۹}$

۲) $\frac{۴۰}{۹}$

۳) $\frac{۲۰}{۹}$

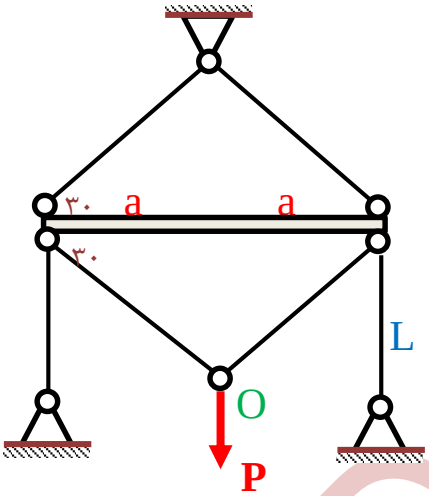
۴) $\frac{۲۲}{۹}$

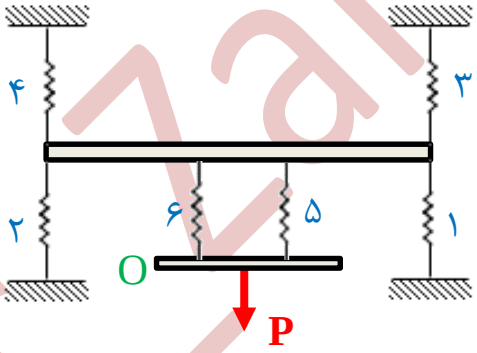


پاسخ سوال ۱۱) گزینه ۲ (متوسط)

این سوال را می‌توان از روش سازگاری و سختی حل نمود .

از روش سختی می‌توان سازه را به سازه روبرو تبدیل نمود آنگاه سختی فنر ها به صورت زیر خواهد بود :

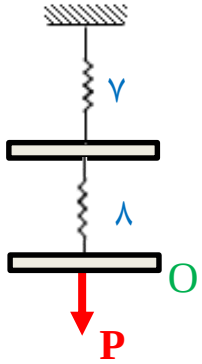




$$K_۱ = K_۲ = \frac{EA}{L} \quad ; K_۳ = K_۴ = \frac{EA}{۲L}\cos^۲ ۶۰ = \frac{EA}{۸L} \; ; K_۵ = K_۶ = \frac{EA}{۲L}\cos^۲ ۶۰ = \frac{EA}{۸L}$$

با توجه به موازی بودن فنر های ۱و ۲ و ۳ و ۴ باهم و فنر های ۵ و ۶ با هم ،سازه به شکل زیر ساده سازی شده و سختی فنر های معادل ۷ و ۸ برابر است با :

$$K_۷ = K_۱ + K_۲ + K_۳ + K_۴ = \frac{۹}{۴}\frac{EA}{L} \; ; K_۸ = K_۵ + K_۶ = \frac{۱}{۴}\frac{EA}{L}$$



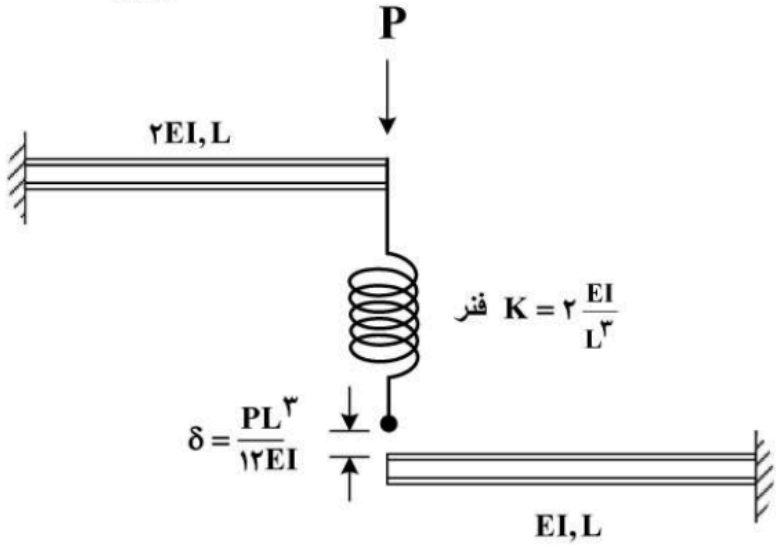
با توجه به برابر بودن نیروهای دو فنر ۷ و ۸ ، این دو فنر با هم سری هستند پس جابجایی قائم O برابر است با :

$$\delta_o = \frac{P}{K_۸} + \frac{P}{K_۷} = \frac{۴PL}{EA} + \frac{۴PL}{۹EA} = \frac{۴۰PL}{۹EA}$$

@Dr_Zarfam

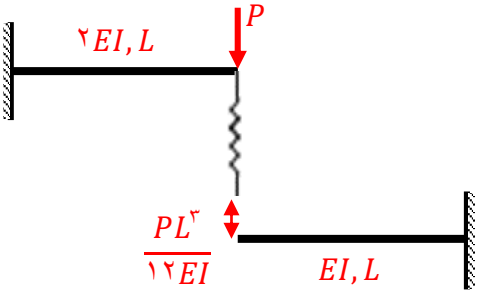
سوال ۱۲)

در شکل زیر نیروی فنر پس از اعمال بار P چقدر خواهد بود؟ (فاصله فنر و تیر پایین قبل از اعمال بار برابر $\frac{PL^3}{12EI}$ است).

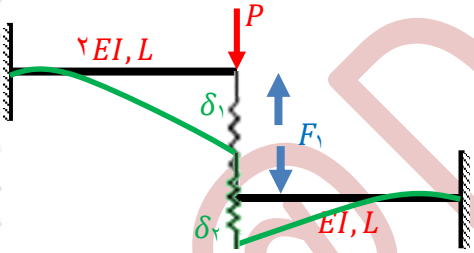


۱) $\frac{P}{4}$
۲) $\frac{P}{6}$
۳) $\frac{3}{4}P$
۴) $\frac{P}{12}$

پاسخ سوال ۱۲) گزینه ۴ (متوسط)



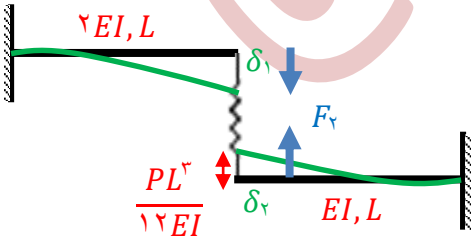
- ابتدا سازه را با بارگذاری P و بدون خطای ساخت تحلیل میکنیم



$$\delta_1 - \delta_2 = \delta_{\text{فنر}} \Rightarrow \frac{(P-F_1)L^3}{3(2EI)} - \frac{F_1L^3}{3EI} = \frac{F_1}{K} = \frac{F_1L^3}{2EI}$$

$$\Rightarrow F_1 = \frac{1}{6}P \text{ (فشاری)}$$

- حال سازه را بدون بار گذاری و فقط با خطای ساخت فرش میکنیم :



$$\delta_0 = (\delta_1 + \delta_{\text{فنر}}) + \delta_2 \Rightarrow \frac{PL^3}{12EI} = \left(\frac{F_2L^3}{3(2EI)} + \frac{F_2L^3}{3EI}\right) + \frac{F_2L^3}{2EI}$$

$$\Rightarrow F_2 = \frac{1}{12}P \text{ (کششی)}$$

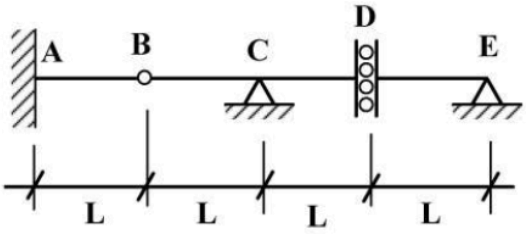
- مطابق با رابطه جمع اثر قوا داریم :

$$F_{\text{فنر}} = F_1 + F_2 = -\frac{P}{6} + \frac{P}{12} = -\frac{P}{12} \text{ (فشاری)}$$

@Dr_Zarfam

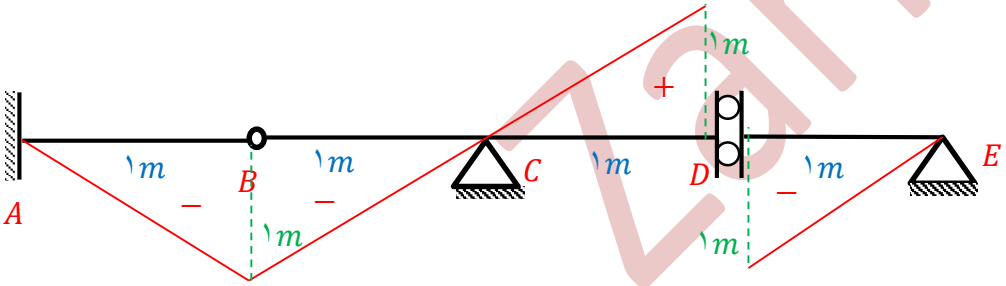
سوال ۱۳) اگر بار زنده با شدت $۸\frac{kN}{m}$ و بار مرده با شدت $۵\frac{kN}{m}$ بر تیر زیر وارد شود، با فرض $L=۱\,m$ حداکثر مقدار لنگر تکیه‌گاه A (برحسب $\frac{kN}{m}$)چقدر خواهد بود؟ (بار زنده در نواحی مختلف تیر و با طول دلخواه قابل اعمال است.)

۱) ۵
۲) ۱۳
۳) ۱۷
۴) ۲۶



پاسخ سوال ۱۳) گزینه ۳ (ساده)

- **ابتدا نمودار خط تاثیر لنگر تکیه گاه A را رسم میکنیم(L=۱m)**



- بار مرده بر روی تمامی دهانه ها و بار زنده روی دهانه های AB،BC و DE قرار خواهد گرفت پس داریم :

$$M_{max_A} = w_d \times \left(\frac{L\times L}{۲}+\frac{L\times L}{۲}+\frac{L\times L}{۲}-\frac{L\times L}{۲}\right) + w_l \times \left(\frac{L\times L}{۲}+\frac{L\times L}{۲}+\frac{L\times L}{۲}\right)$$

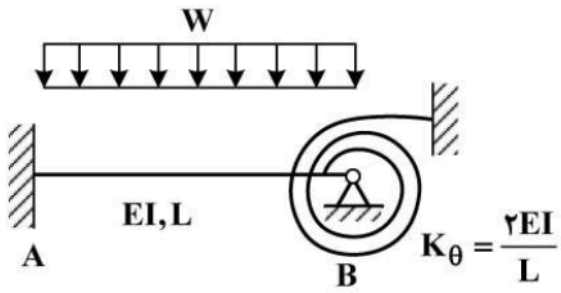
$$= w_d L^۲ + \frac{۳}{۲} w_l L^۲ = ۵ \times ۱ + \frac{۳}{۲} \times ۸ \times ۱ = ۱۷ kN.M$$

- دقت شود که واحد لنگر $kN.m$ می‌باشد و نه مطابق صورت سوال kN/m

@Dr_Zarfam

سوال ۱۴)

در شکل زیر لنگر در تکیه‌گاه A چه ضریبی از WL^2 است؟



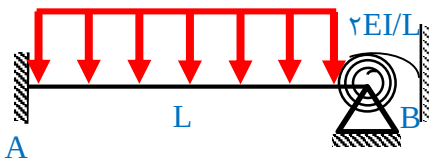
۱) $\frac{1}{9}$

۲) $\frac{1}{18}$

۳) $\frac{1}{36}$

۴) $\frac{5}{36}$

پاسخ سوال ۱۴) گزینه ۱ (متوسط)

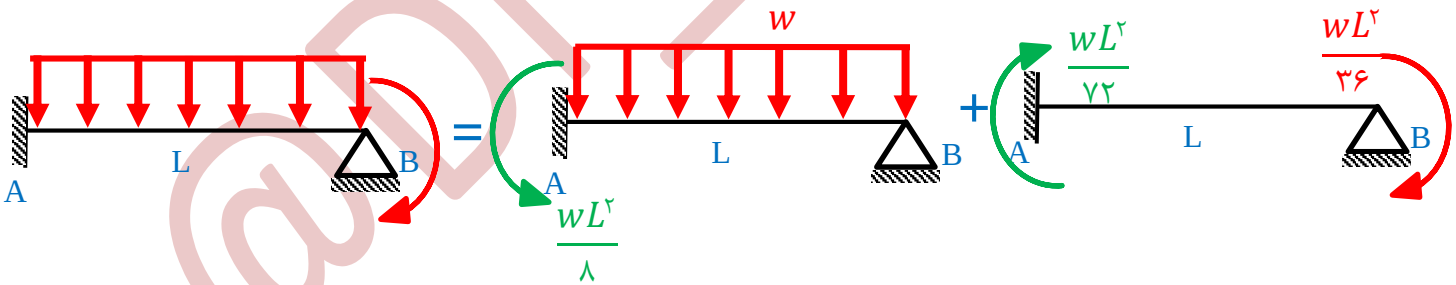


- مطابق با رابطه سازگاری در گره B داریم :

$$\theta_{B_{\text{تیر}}} = \theta_{\text{فنر}} \Rightarrow \frac{wL^3}{48EI} - \frac{M_B L}{4EI} = \frac{M_B}{K} = \frac{M_B L}{2EI} \Rightarrow M_B = \frac{wL^2}{36}$$

- حال برای محاسبه لنگر A، مطابق با جمع اثر قوا داریم :

$$M_A = \frac{wL^2}{8} - \frac{M_B}{2} = \frac{wL^2}{8} - \frac{wL^2}{72} = \frac{8wL^2}{72} = \frac{wL^2}{9}$$



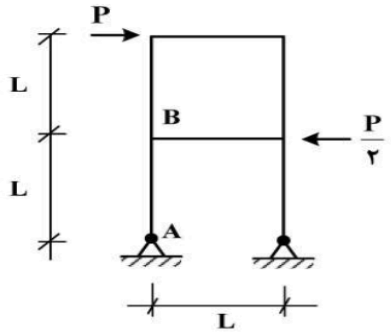
- حل سوال به روش شیب افت :

$$M_{BA} = \frac{2EI}{L}\left(2\theta_B\left(= -\frac{M_{BA}}{K}\right) + \theta_A(= o)\right) + \frac{wL^2}{12} \Rightarrow M_{BA} = \frac{wl^2}{36}$$

$$M_A = M_{AB} = \frac{2EI}{L}\left(2\theta_A(= o) + \theta_B\left(= -\frac{M_{BA}}{K}\right)\right) - \frac{wl^2}{12} \Rightarrow M_A = \frac{wL^2}{9}$$

@Dr_Zarfam

سوال ۱۵) اختلاف زاویه دوران بین دو گروه A و B در سازه نشان داده‌شده در اثر بارهای وارده چه مضربی از $\frac{PL^2}{EI}$ است؟ (EI برای تمامی اعضا یکسان است.)



۱) $\frac{۱}{۲}$

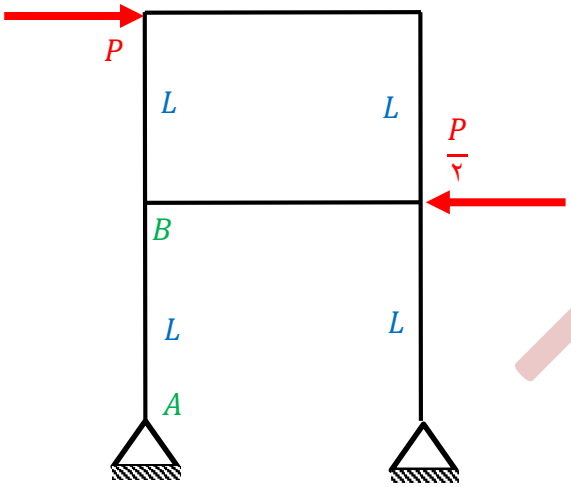
۲) $\frac{۱}{۳}$

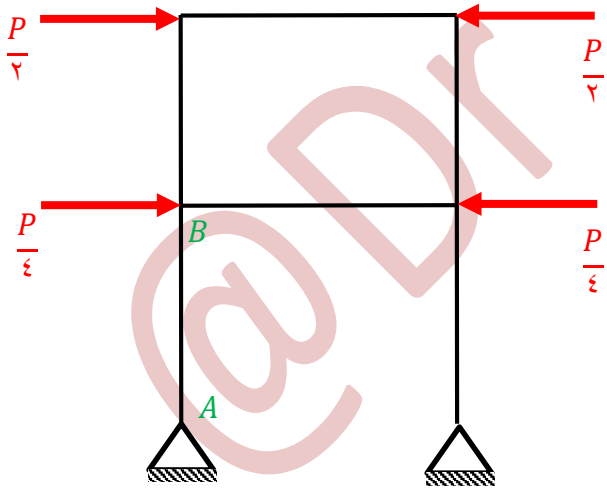
۳) $\frac{۱}{۴}$

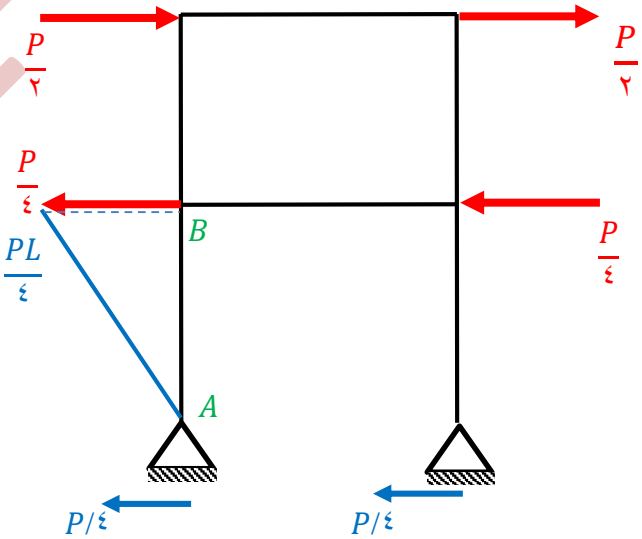
۴) $\frac{۱}{۸}$

پاسخ سوال ۱۵) گزینه ۴ (متوسط)

- سازه را به یک سازه متقارن مستقیم و یک سازه متقارن معکوس تبدیل میکنیم پس داریم :







- مطابق با قانون هیچی (!) در سازه متقارن مستقیم هیچ دوران در اعضا ایجاد نمی‌شود و در سازه متقارن معکوس با توجه به عکس العمل افقی A و نمودار لنگر خمشی ستون AB داریم :

قانون اول سطح لنگر

$$\theta_{A/B} = \frac{A_M}{EI} = \frac{\frac{PL}{۴} \times L}{۲EI} = \frac{PL^۲}{۸EI}$$

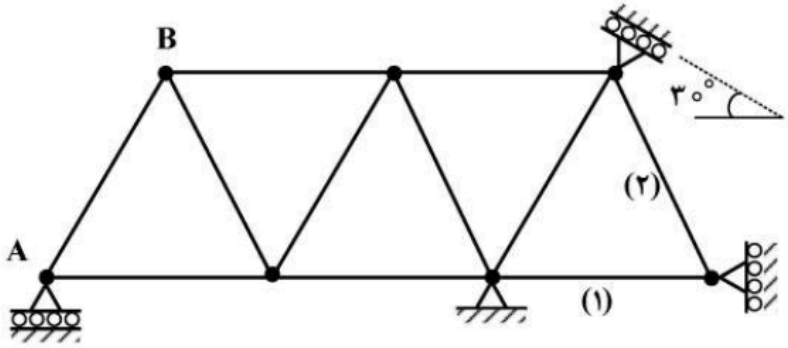
@Dr_Zarfam

سوال ۱۶)

در خرپای نشان داده شده چنانچه تکیه‌گاه A به مقدار ۱cm نشست رو به پایین داشته باشد و دمای میله‌های ۱ و ۲ به مقدار $۲۰^\circ C$ افزایش یابد، تغییر مکان قائم گره (B) چند سانتی‌متر است؟

ضریب انبساط حرارتی $\alpha = ۱۰^{-۵}/^\circ C$ و طول تمام میله‌ها یکسان و برابر با ۲m است.

صلبیت محوری میله‌هاست. $EA = ۱۰^۵ kg$



۱) ۰/۷۵

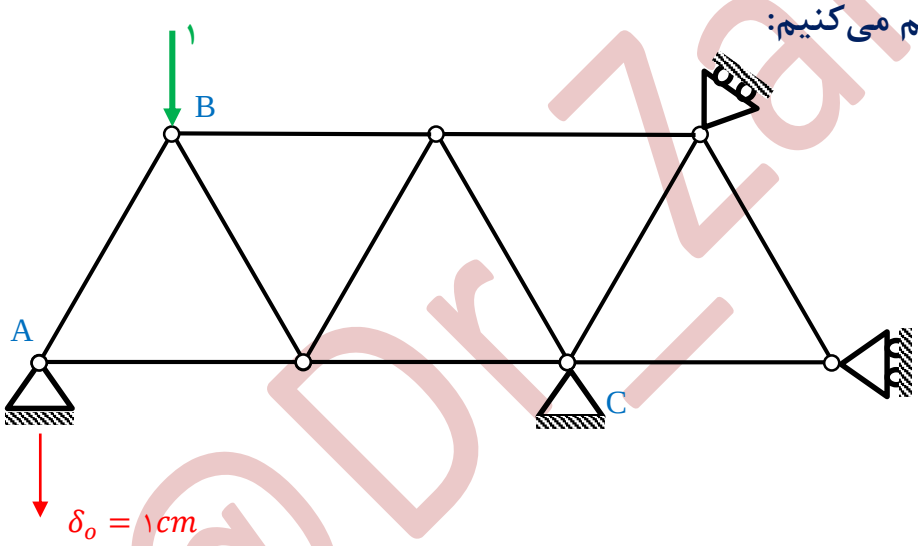
۲) ۰/۵

۳) ۱

۴) ۱/۵

پاسخ سوال ۱۶) گزینه ۱ (متوسط)

سازه واحد را مطابق شکل رسم می‌کنیم:



- برای محاسبه عکس العمل قائم A ، میتوان تعادل لنگرحول گره C نوشت پس داریم :

$$\sum M_C = o \Rightarrow ۱ \times ۳ = R_{V_A} \times ۴ \Rightarrow R_{V_H} = \frac{۳}{۴} \uparrow$$

- مطابق با رابطه کار مجازی داریم :

$$۱ \times \Delta_{V_B} + W_R = ۱ \times \Delta_{V_B} - \frac{۳}{۴} \times ۱ = ۰ \Rightarrow \Delta_{V_B} = +\frac{۳}{۴} \downarrow$$

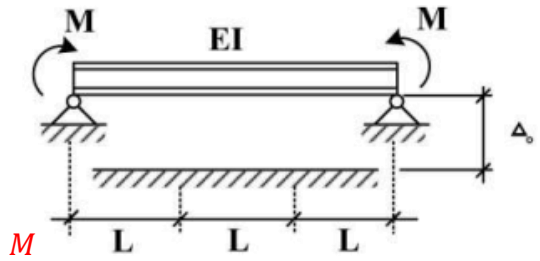
دقت شود که حرارت در این خرپا فقط در میله ۲ ایجاد نیرو می‌کند که نیروی میله ۲ در سازه واحد صفر می‌باشد ، بنا براین تاثیری در تغییر مکان قائم گره Bندارد.

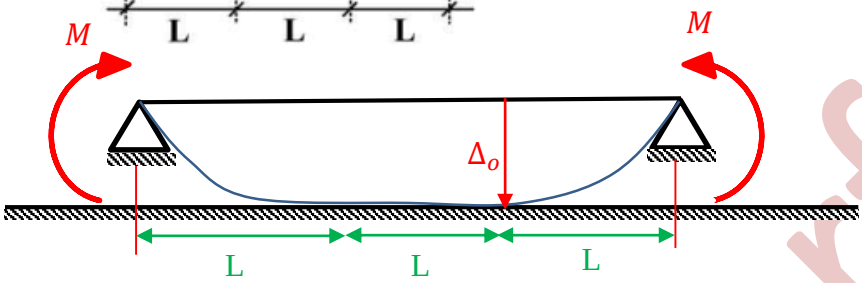
@Dr_Zarfam

سوال ۱۷)

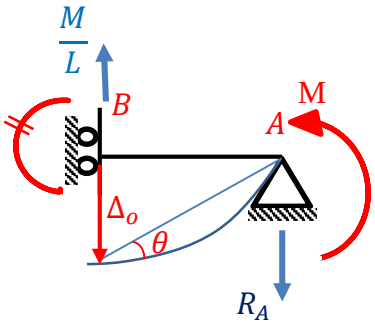
در تیر نشان داده شده لنگر M چه ضریبی از $\frac{EI\Delta_o}{L^2}$ باشد تا، یک سوم میانی تیر به طور کامل در تماس با کف صلب قرار گیرد؟ (ثابت = EI)

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۶
۴) ۹





پاسخ سوال ۱۷) گزینه ۳ (دشوار)



- با توجه به اینکه ۱/۳ میانی تیر سطح تخت می‌باشد داریم :

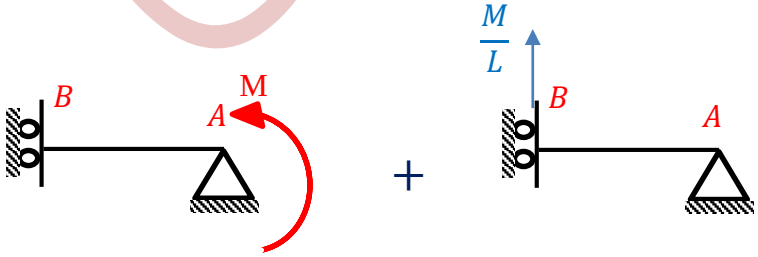
$$M = \frac{EI}{\rho(\rightarrow \infty)} \Rightarrow M_B = o$$

- با توجه به اینکه شیب نمودار تغییر شکل در B صفر می‌باشد می‌توان قسمت AB از تیر معادل زیر در نظر گرفت:

- با نوشتن تعادل لنگر داریم :

$$\sum M_B = o \Rightarrow R_A \times L = M \Rightarrow R_A = \frac{M}{L}$$

- بنابراین مطابق جمع اثر قوا و روابط حفظی می‌توان نوشت :



$$\Delta_o = \frac{ML^2}{2EI} - \frac{\left(\frac{M}{L}\right)L^3}{3EI} \Rightarrow M = \frac{6EI\Delta_o}{L^2}$$

@Dr_Zarfam

سوال ۱۸)

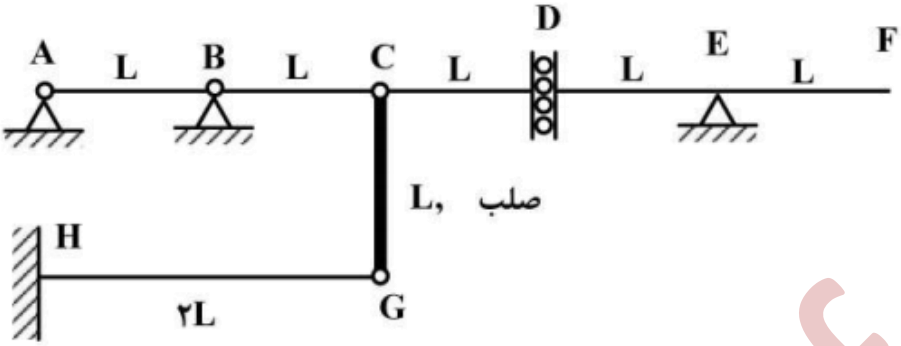
روی عرشه AF از سازه نشان داده شده، بار گسترده با شدت W و طول دلخواه عبور می‌کند. حداکثر جابجایی قائم گره C بر حسب $\frac{WL^4}{EI}$ کدام است؟ (صلبیت خمشی تمام اعضاء EI است.)

۱) ۸

۲) $\frac{8}{3}$

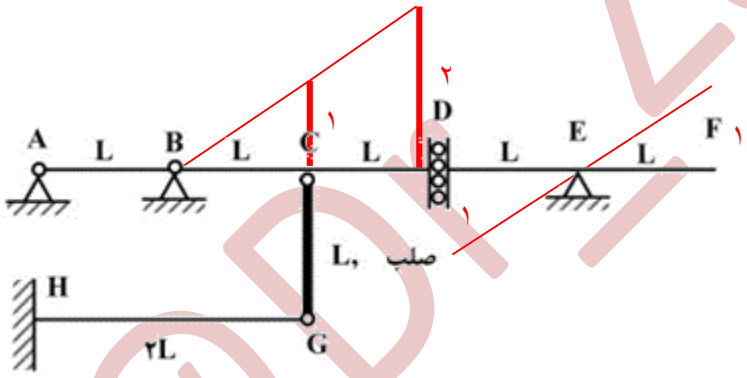
۳) $\frac{16}{3}$

۴) ۱۶



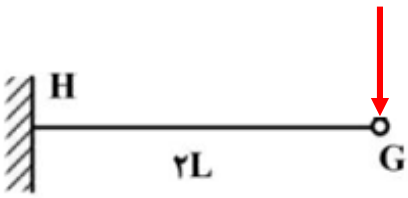
پاسخ سوال ۱۸) گزینه ۳ (دشوار)

- تیر $ABCDEF$ داده شده ناپایدار است و لذا هیچ کدام از گزینه ها صحیح نمی‌باشد ولی با فرض اینکه مفصل C زیر تیر قرار داشته باشد تیر پایدار شده و خط تاثیر آن برابر است با :



$$F_{\max_c} = w\left(۲ \times \frac{۲L}{۲}\right) = ۲wL$$

- با توجه به یکسان بودن تغییر مکان نقاط C و G بعلت وجود میله صلب مطابق با روابط حفظی داریم :

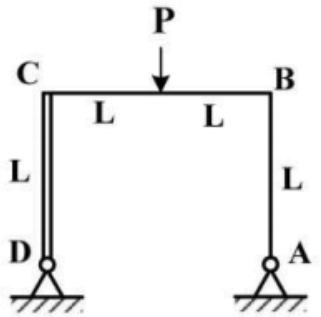


$$\delta_{C_{max}} = \delta_{G_{max}} = \frac{F_{\max_c}(۲L)^۳}{۳EI} = \frac{(۲wL)(۸L^۳)}{۳EI} = \frac{۱۶}{۳}\frac{wL^۴}{EI}$$

@Dr_Zarfam

سوال ۱۹)

در قاب نشان داده شده، عکس‌العمل افقی تکیه‌گاه A کدام است؟(صلبیت اعضای AB و BC برابر با EI و عضو CD صلب است.)



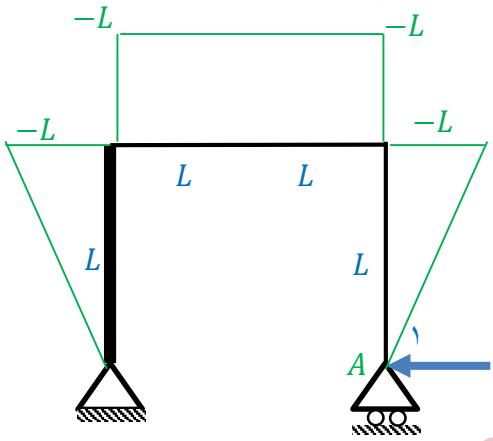
۱) $\frac{۳}{۷}P$

۲) $\frac{۳}{۱۴}P$

۳) $\frac{۳}{۲۸}P$

۴) $\frac{۳}{۳۵}P$

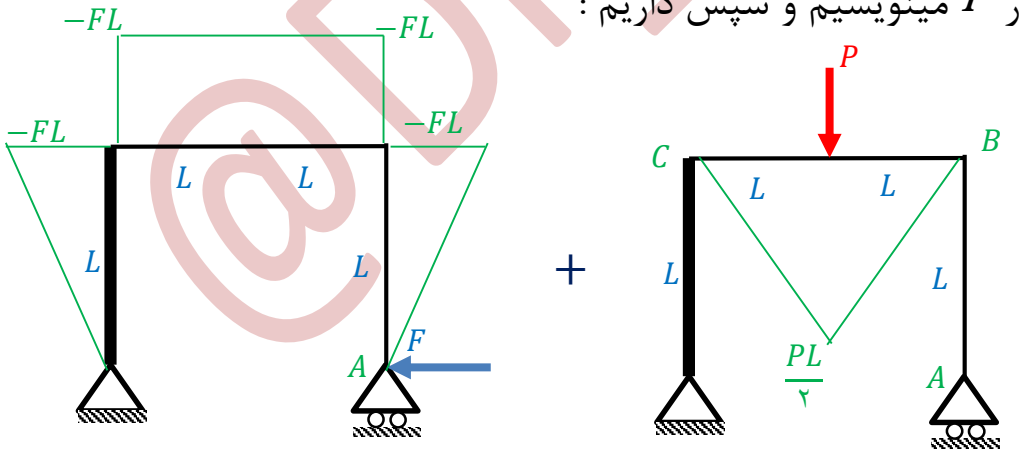
پاسخ سوال ۱۹) گزینه ۲ (متوسط)



- برای محاسبه عکس العمل افقی A ابتدا قید افقی آن را آزاد کرده ، سپس با استفاده از رابطه سازگاری و کار مجازی نیروی آن را محاسبه می‌کنیم : پس مطابق با رابطه سازگاری داریم :

$$\delta_A = o$$

- برای محاسبه δ_A از روش کار مجازی ابتدا بارگذاری خارجی سازه را به صورت جمع اثر قوای بار P و بار F مینویسیم و سپس داریم :



$$۱ \times \delta_A = \sum \frac{A_M . \bar{m}}{EI} = o$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{PL}{۲} \times ۲L}{۲} \times (-L) + \frac{-FL \times ۲L}{EI} \times (-L) + \frac{\frac{-FL \times L}{۲}}{EI} \times \left(-\frac{۲}{۳}L\right) = o \Rightarrow F = \frac{۳}{۱۴}P$$

@Dr_Zarfam

سوال ۲۰)

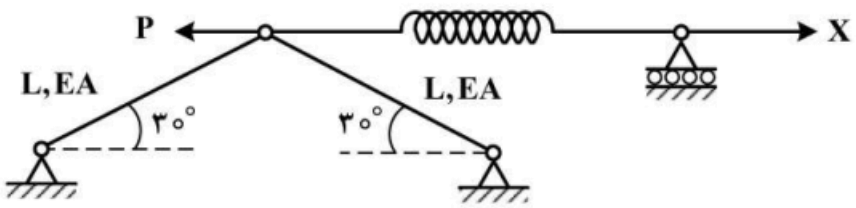
مقدار نیروی X چقدر باشد تا، انرژی کرنشی سازه نمایش داده شده حداقل گردد؟ $(K_{\text{فنر}} = \frac{EA}{2L})$

۱) P

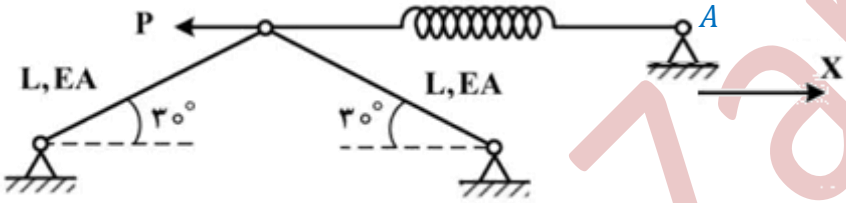
۲) $\frac{P}{2}$

۳) $\frac{P}{4}$

۴) $\frac{3P}{4}$



پاسخ سوال ۲۰) گزینه ۳ (دشوار)



$\frac{\partial U}{\partial x} = 0$ مطابق با مفهوم مینیموم شدن انرژی

$\frac{\partial U}{\partial x} = \Delta_A$ قضیه دوم کاستیگلیانو

- بنابراین می‌توان گفت که :

$$\Longrightarrow \Delta_A = 0$$

- مطابق با سختی در سازه سازه فوق داریم :

$$K_{\text{میله مورب}} = \frac{EA}{L}cos^2 30 = \frac{3}{4}\frac{EA}{L}$$

- برای محاسبه نیروی فنر داریم :

$$F_{\text{فنر}} = x = \frac{K_{\text{فنر}}}{K_{\text{فنر}} + 2K_{\text{میله مورب}}} \times P = \frac{\frac{EA}{2L}}{\frac{EA}{2L} + 2 \times \frac{3}{4}\frac{EA}{L}} \times P = \frac{P}{4}$$

موفق باشید

زرفام

۹۹/۱۲/۱۷

@Dr_Zarfam