

289

D

نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:



289D

صبح جمعه
۱۳۹۵/۱۲/۶
دفترچه شماره (۱)



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

«گر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود...»
امام خمینی (ره)

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌متمرکز) داخل – سال ۱۳۹۶

رشته امتحانی مهندسی عمران – سازه (کد ۲۳۰۷)

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (مکانیک جامدات (مقاومت مصالح – تحلیل سازه‌ها) – دینامیک سازه – تئوری الاستیسیته)	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

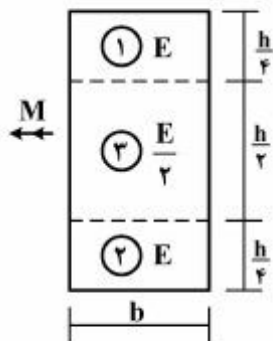
اسفندماه – سال ۱۳۹۵

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش الکترونیکی و ... پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

مکانیک جامدات (مقاومت مصالح و تحلیل سازه‌ها):

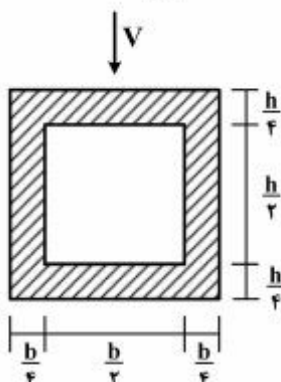
۱- در تیری با مقطع مرکب مطابق شکل، تحت بارگذاری نشان داده شده، نسبت مدول مقطع الاستیک

آن به مدول مقطع تیر دیگری به عرض b ، ارتفاع h و مدول ارتجاعی یکنواخت E کدام است؟ $(S = \frac{M}{\sigma_{\max}})$



- (۱) ۱
(۲) $\frac{7}{8}$
(۳) $\frac{8}{7}$
(۴) $\frac{15}{16}$

۲- در تیری با مقطع توخالی مطابق شکل، بر اثر نیروی برشی V ، بیشینه تنش برشی چه ضربی از $\frac{V}{bh}$ می‌باشد؟



- (۱) ۳
(۲) $\frac{14}{5}$
(۳) $\frac{16}{5}$
(۴) $\frac{18}{5}$

۳- تانسور تنش در نقطه P توسط $\sigma_o = \begin{bmatrix} 7 & -5 & 0 \\ -5 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ داده شده است. بردار تنش که از نقطه P عبور نموده و موازی با صفحه ABC با مختصات: $A = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ، $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ و $C = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$ کدام است؟

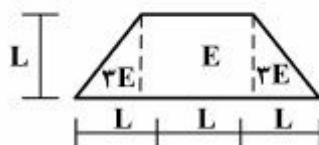
(۱) $\vec{\sigma} = \frac{5}{7}\vec{i} + \frac{9}{7}\vec{j} + \frac{10}{7}\vec{k}$

(۲) $\vec{\sigma} = \frac{5}{7}\vec{i} - \frac{9}{7}\vec{j} + \frac{10}{7}\vec{k}$

(۳) $\vec{\sigma} = -\frac{9}{7}\vec{i} + \frac{5}{7}\vec{j} + \frac{10}{7}\vec{k}$

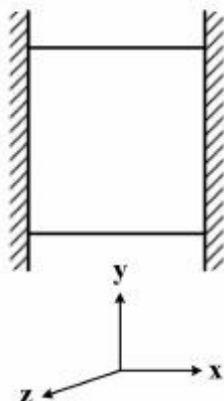
(۴) $\vec{\sigma} = \frac{9}{7}\vec{i} - \frac{5}{7}\vec{j} + \frac{10}{7}\vec{k}$

- ۴- مقطع غیرهمگن مطابق شکل تحت اثر لنگر خمشی مثبت قرار دارد. نسبت حداکثر کرنش کششی به حداکثر کرنش فشاری کدام است؟



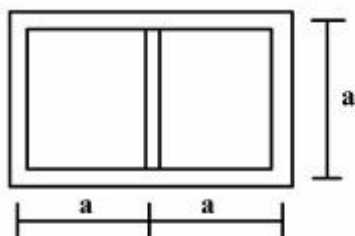
- (۱) $\frac{1}{5}$
(۲) $\frac{2}{5}$
(۳) $\frac{3}{5}$
(۴) $\frac{4}{5}$

- ۵- مکعبی به ضلع a درون محفظه‌ای قرار دارد و فقط می‌تواند در جهت قائم تغییر طول بدهد. اگر دمای این مکعب به اندازه ΔT افزایش داده شود، تغییر طول ضلع قائم مکعب (در جهت y) کدام است (α ضریب انبساط حرارتی، ν ضریب پواسون و E مدول ارتجاعی مکعب است)؟



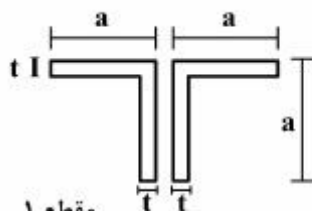
- (۱) $\frac{\nu}{1-\nu} \alpha \Delta T a$
(۲) $\frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha \Delta T a$
(۳) $\frac{1+2\nu}{1-\nu} \alpha \Delta T a$
(۴) $\frac{1-\nu}{2+\nu} \alpha \Delta T a$

- ۶- مقطع جدار نازک مطابق شکل تحت تأثیر ممان پیچشی T قرار می‌گیرد. اگر ضخامت تمام جدارها برابر t باشد، تنش برشی در جدارهای داخلی و خارجی به ترتیب از راست به چپ، کدام است؟

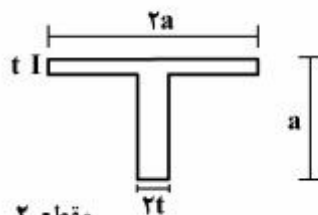


- (۱) صفر، صفر
(۲) $\frac{T}{4ta^2}$ ، صفر
(۳) صفر، $\frac{T}{4ta^2}$
(۴) $\frac{T}{4ta^2}$ ، $\frac{T}{4ta^2}$

- ۷- دو مقطع شماره یک و دو مطابق شکل به ترتیب تحت لنگرهای پیچشی T_1 و T_2 قرار می‌گیرند. نسبت لنگرها $\left(\frac{T_1}{T_2}\right)$ را طوری تعیین کنید که در هر دو مقطع، زاویه چرخش در واحد طول آن‌ها یکسان باشد $(a > 10t)$ ؟



مقطع ۱



مقطع ۲

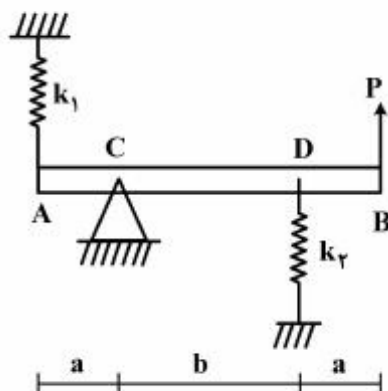
(۱) $\frac{3}{4}$

(۲) $\frac{4}{5}$

(۳) $\frac{5}{6}$

(۴) $\frac{6}{7}$

- ۸- در تیر مطابق شکل، مقدار حداکثر نیروی P بر حسب پارامترهای k_1 ، k_2 ، a و b و θ کدام یک از موارد زیر است (θ) زاویه چرخش تیر در C بوده و فرض کنید تیر صلب است)؟



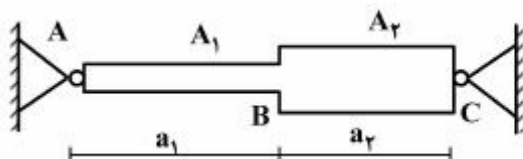
(۱) $\frac{\theta_{\max}(a^2 k_1 + b^2 k_2)}{a + b}$

(۲) $\frac{\theta_{\max}(b^2 k_1 + a^2 k_2)}{a + b}$

(۳) $\frac{\theta_{\max}(a^2 k_1 + b^2 k_2)}{(a + b)^2}$

(۴) $\frac{\theta_{\max}(b^2 k_1 + a^2 k_2)}{(a + b)^2}$

- ۹- میله AC بین دو تکیه‌گاه ثابت A و C قرار گرفته است. در اثر تغییر درجه حرارت، نسبت تنش ایجاد شده در قسمت AB به تنش ایجاد شده در قسمت BC کدام است؟ (A_1) و (A_2) به ترتیب مساحت مقطع قسمت‌های AB و BC می‌باشند).



(۱) یک

(۲) $\frac{A_2 a_1}{A_1 a_2}$

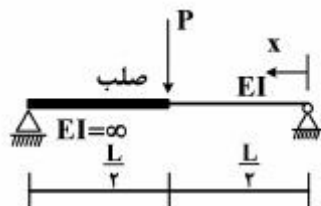
(۳) $\frac{A_2 a_2}{A_1 a_1}$

(۴) $\frac{A_2}{A_1}$

۱۰- هسته مرکزی یک مقطع به شکل مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a کدام است؟

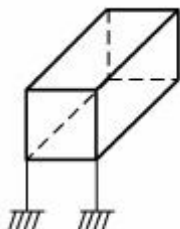
- (۱) یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع $\frac{a}{4}$
 (۲) یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع $\frac{a}{3}$
 (۳) یک لوزی به قطر $\frac{1}{2}a$
 (۴) یک لوزی به قطر $\frac{2}{3}a$

۱۱- در تیر مطابق شکل، محل حداکثر خیز آن کدام است؟



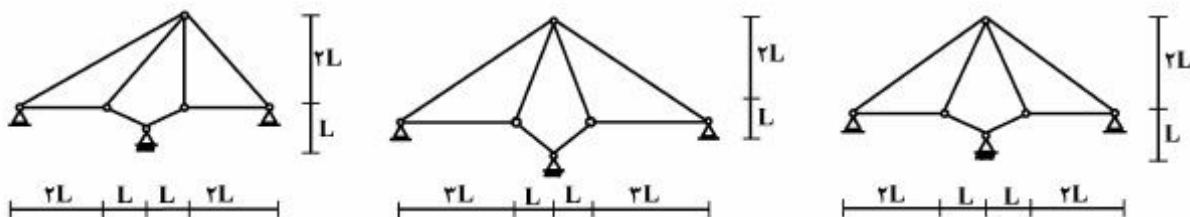
- (۱) $x = \frac{L}{2}$
 (۲) $x = \frac{L}{3}$
 (۳) $x = \frac{L}{2\sqrt{2}}$
 (۴) $x = \frac{L}{\sqrt{6}}$

۱۲- درجه نامعینی قاب سه بُعدی مطابق شکل با کلیه اتصالات صلب و تکیه‌گاه‌های گیردار کدام است؟

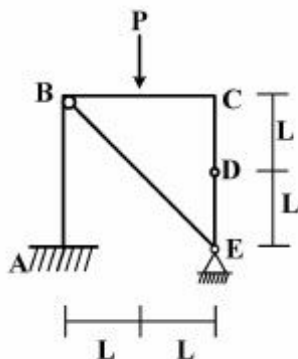


- (۱) ۳۰
 (۲) ۳۶
 (۳) ۴۲
 (۴) ۴۸

۱۳- از سه سیستم سازه خرابایی مطابق شکل، چند تا پایدار است؟

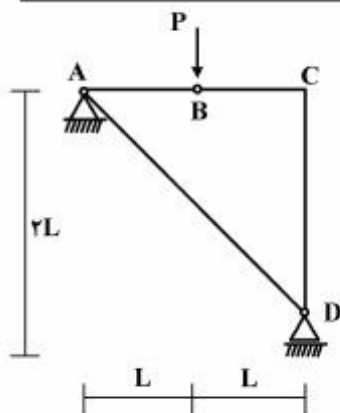


- (۱) صفر
 (۲) یک
 (۳) دو
 (۴) سه
- ۱۴- در قاب مطابق شکل، اندازه لنگر خمشی در نقطه (گره) C چقدر است؟



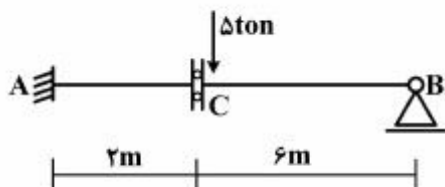
- (۱) صفر
 (۲) $\frac{PL}{2}$
 (۳) PL
 (۴) $2PL$

۱۵- در سازه مطابق شکل، نیروی محوری عضو AD کدام است؟



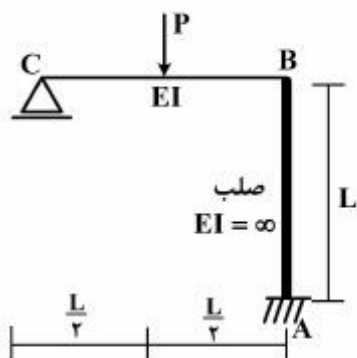
- (۱) صفر
(۲) فشاری P
(۳) کششی $\frac{\sqrt{2}}{2}P$
(۴) کششی $\sqrt{2}P$

۱۶- در تیر مطابق شکل، چنانچه دوران تکیه‌گاه A برابر 0.004 رادیان باشد، مقدار لنگر M_{AB} چند تن - متر خواهد بود؟ ($EI = 2000 \text{ ton-m}$)



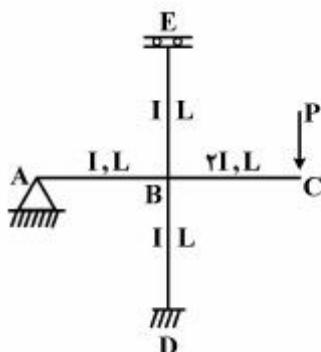
- (۱) ۴
(۲) ۸
(۳) ۱۶
(۴) ۳۰

۱۷- در قاب مطابق شکل، نیروی محوری عضو صلب AB چه ضربی از P می‌باشد؟



- (۱) $\frac{11}{16}$
(۲) $\frac{5}{16}$
(۳) $\frac{3}{16}$
(۴) $\frac{1}{2}$

۱۸- در قاب مطابق شکل، مقدار لنگر M_{DB} چه ضربی از PL می‌باشد؟



- (۱) $-\frac{1}{3}$
(۲) $-\frac{1}{6}$
(۳) $-\frac{1}{8}$
(۴) $-\frac{1}{16}$

۱۹- در خرابی مطابق شکل، مقدار عکس العمل قائم تکیه گاه A کدام است؟

(۱) $3P$
(۲) $2/5P$
(۳) $2P$
(۴) $1/5P$

۲۰- در سیستم سازه‌ای مطابق شکل، نیروی فنر بر حسب kN کدام است؟

(۱) $36/3$
(۲) $22/3$
(۳) $17/4$
(۴) $14/5$

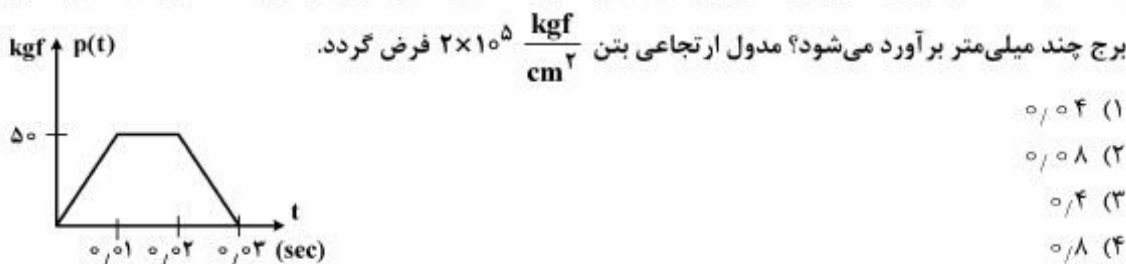
دینامیک سازه:

- ۲۱- در تحلیل دینامیکی سازه‌ها، مفهوم ضریب بزرگنمایی دینامیکی کدام است؟
- (۱) تعیین میزان تأثیر رفتار دینامیکی در پاسخ سازه نسبت به رفتار استاتیکی آن
 - (۲) بررسی کاهش ارتعاش در انتقال حرکت از تکیه گاه به سازه و بالعکس
 - (۳) ارزیابی میزان تأثیر هر یک از نیروهای مقام دینامیکی نظیر اینرسی و میرایی
 - (۴) ارائه ضریبی برای ساده نمودن تحلیل دیفرانسیلی رفتار دینامیکی سازه‌ها
- ۲۲- قابی فلزی (یک طبقه و یک دهانه) دارای تیر صلب به وزن معادل 5886 kgf است. تکیه گاه یکی از ستون‌ها گیردار و دیگری ساده و ارتفاع آنها ۴ متر و ممان اینرسی هر یک از آنها 3200 cm^4 می باشد. اگر مدول ارتجاعی برابر $2 \times 10^6 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$ فرض گردد، پریود طبیعی ارتعاش آزاد آن چند ثانیه تخمین زده می شود؟
- (۱) $0/26$ (۲) $0/46$ (۳) $1/26$ (۴) $1/46$

- ۲۳- چنانچه قاب سؤال ۲۲ تحت اثر نیروی افقی هارمونیک با فرکانس زاویه‌ای $3 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ و دامنه نیرویی برابر 192 kgf قرار گیرد، حداکثر لنگر اعمالی به ستون پایه گیردار، چند تن - سانتی متر برآورد می شود؟ (از میرایی صرف نظر شود)
- (۱) $4/8$ (۲) $9/6$ (۳) 48 (۴) 96

- ۲۴- اگر یک سازه معادل یک درجه آزادی، به طور همزمان تحت اثر دو نیروی دینامیکی ضربه‌ای، یکی با تابع پله‌ای (مستطیلی) و دیگری با تابع مثلثی (متساوی الساقین) با حداکثر شدت نیرو (P_0) و مدت تداوم (t_d) یکسان قرار گیرد، استفاده از طیف‌های پاسخ ضریب بزرگنمایی دینامیکی، برای کنترل تنش‌ها در سازه چگونه خواهد بود؟
- (۱) چون حداکثر شدت نیرو و مدت تداوم هر دو بارگذاری یکسان است بنابراین صحیح خواهد بود.
 - (۲) چون زمان وقوع تغییر مکان حداکثر در دو بارگذاری همزمان نخواهد بود، لذا صحیح نمی باشد.
 - (۳) چنانچه درصد میرایی سازه قابل صرف نظر کردن و حداکثر شدت نیرو خیلی زیاد باشد، صحیح خواهد بود.
 - (۴) چنانچه مدت تداوم بارگذاری بیشتر از یک چهارم پریود ارتعاش آزاد سازه باشد، صحیح نخواهد بود.

۲۵- مدل یک برج آب هوایی با وزن معادل $235/44 \text{ kgf}$ و پایه بتنی با اینرسی مقطع یکنواخت 10^7 mm^4 و ارتفاع یک متر تحت اثر نیروی افقی دوزنقه‌ای وارد به بالای مخزن، مطابق شکل قرار می‌گیرد. حداکثر جابه‌جایی افقی



۲۶- آیا از روش انتگرال دو هامل (Duhamel) برای تعیین تغییر مکان در فاز ارتعاش آزاد (بعد از اتمام بارگذاری) یک سازه معادل یک درجه آزادی می‌توان استفاده نمود؟

- (۱) بله (بدون قید و شرط)
(۲) خیر (تحت هیچ شرایطی)
(۳) بله (در صورت ناچیز بودن درصد میرایی)
(۴) خیر (در بارگذاری غیرپریودیک)
- ۲۷- یک کابل منعطف افقی به طول $2L$ بین دو نقطه با کشش T کشیده شده و وزنه قرار گرفته در وسط آن با جرم m تحت اثر نیروی دینامیکی $P(t)$ در جهت قائم قرار می‌گیرد. چنانچه مدول ارتجاعی کابل برابر E و سطح مقطع آن برابر A باشد، معادله حرکت وزنه بر حسب u (تغییر مکان قائم جرم m) و با فرض تغییر مکان‌های کوچک ($u \ll L$)، به چه صورتی خواهد بود؟

$$\begin{aligned} (1) \quad m\ddot{u} + T\left(\frac{u}{2L}\right) &= P(t) \\ (2) \quad m\ddot{u} + 2T\left(\frac{u}{L}\right) &= P(t) \\ (3) \quad m\ddot{u} + 2\left\{T + \left(\frac{AE}{L}\right)\sqrt{u^2 + L^2}\right\} &= P(t) \\ (4) \quad m\ddot{u} + \left\{2T + \left(\frac{AE}{L}\right)\sqrt{u^2 + L^2}\right\} &= P(t) \end{aligned}$$

۲۸- در تحلیل دینامیکی سازه‌ها، معمولاً دلیل صرفنظر کردن از پاسخ ارتعاش آزاد (جواب عمومی معادله حرکت) در مقابل پاسخ تحمیلی (جواب خصوصی معادله حرکت) کدام است؟

- (۱) دامنه نسبی بسیار کوچک و پریود نسبی بسیار بلند
(۲) دامنه نسبی بسیار بزرگ و پریود نسبی بسیار بلند
(۳) دامنه نسبی بسیار کوچک و پریود نسبی بسیار کوتاه
(۴) دامنه نسبی بسیار بزرگ و پریود نسبی بسیار کوتاه
- ۲۹- در ارزیابی پریود ارتعاش آزاد یک سازه معادل یک درجه آزادی، چنانچه جرم معادل آن دو برابر و سختی معادل آن هشت برابر شود، در این صورت پریود آن چند برابر خواهد شد؟

(۱) ۰/۵
(۲) ۲

- (۳) به شرایط اولیه ارتباط دارد
(۴) بستگی به درصد میرایی دارد
- ۳۰- معیار دقت تحلیل دینامیکی سازه‌های ساده با روش رایله اصلاح شده بر چه اساسی است؟

- (۱) آزمون و خطا
(۲) روش تکراری
(۳) حذف مستقیم
(۴) روش انرژی

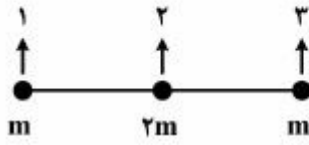
۳۱- در تحلیل دینامیکی سازه‌های چند درجه آزادی به صورت آنالیز مودال، کدام رابطه نادرست است؟ ($[m]$ ماتریس جرم، $[k]$ ماتریس سختی، $\{\phi\}$ بردار مود و i و j اعداد صحیح هستند).

$$\begin{aligned} (1) \quad \{\phi\}_i^T [k] \{\phi\}_i &= \text{عدد ثابت} \neq 0 \\ (2) \quad \{\phi\}_i^T [m] \{\phi\}_j &= 0 \\ (3) \quad \{\phi\}_i^T [k] \{\phi\}_j &= 0 \\ (4) \quad \{\phi\}_i^T [m] \{\phi\}_j &= \text{عدد ثابت} \neq 0 \end{aligned}$$

۳۲- چنانچه یک تیر یکنواخت افقی (بدون تکیه‌گاه) به صورت یک مدل جرم متمرکز با سه درجه آزادی در جهت قائم (مطابق شکل) در نظر گرفته شود، مودهای ارتعاش طبیعی آن در صورتی که ماتریس سختی به صورت

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

مقیاس شده باشد، به چه حالتی خواهند بود؟



(۱) سه مود صلب
(۲) سه مود غیرصلب
(۳) دو مود صلب و یک مود غیرصلب
(۴) دو مود غیرصلب و یک مود صلب

۳۳- با توجه به اطلاعات سؤال ۳۲، کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) دو مود غیرصلب گرچه دارای استقلال خطی از یکدیگر نمی‌باشند ولی متعامد هستند.
(۲) سه مود غیرصلب گرچه دارای استقلال خطی از یکدیگر نمی‌باشند ولی متعامد هستند.
(۳) دو مود صلب گرچه دارای استقلال خطی از یکدیگر می‌باشند ولی متعامد نیستند.
(۴) سه مود صلب گرچه دارای استقلال خطی از یکدیگر می‌باشند ولی متعامد نیستند.

تئوری الاستیسیته:

۳۴- اگر \underline{u} تابعی به اندازه کافی هموار در \mathbb{R}^3 باشد، عبارت معادل $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \underline{u})$ کدام است (\mathbb{R} مجموعه اعداد حقیقی و $\vec{\nabla}$ عملگر دل می‌باشد)؟

$$\begin{aligned} (۱) \quad & \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \underline{u}) - \nabla^2 \underline{u} \\ (۲) \quad & -\nabla(\vec{\nabla} \cdot \underline{u}) + \nabla^2 \underline{u} \\ (۳) \quad & \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \underline{u} - \nabla^2 \underline{u} \\ (۴) \quad & -\nabla \cdot \vec{\nabla} \underline{u} + \nabla^2 \underline{u} \end{aligned}$$

۳۵- مقطع یک سد بتنی طویل در صفحه X_1X_2 قرار داشته و طول سد در امتداد X_3 است. این سد تحت تغییر شکل:

$$x_1 = 2(X_1 - X_2), \quad x_2 = X_1 + X_2, \quad x_3 = X_3$$

قرار می‌گیرد. بزرگترین کرنش محوری گرین - لاگرانژ در نقطه $(1, 1, 1)$ کدام است؟

(X_1, X_2, X_3) مختصات نقاط سد قبل از تغییر شکل هستند.

- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) $\frac{3}{2}$
(۳) $\frac{5}{2}$
(۴) $\frac{7}{2}$

۳۶- تانسور کرنش کوشی به صورت $\epsilon_{ij} = \frac{\partial x_k}{\partial X_i} \frac{\partial x_k}{\partial X_j}$ تعریف می‌شود به طوری که $x_k = x_k(X_1, X_2, X_3)$

مولفه‌های بردار تغییر شکل می‌باشد. کدام یک از موارد زیر در ارتباط با کرنش‌های اصلی کوشی و کرنش‌های اصلی گرین - لاگرانژ و امتدادهای اصلی آنها صحیح است؟

(۱) هم کرنش‌های اصلی کوشی و کرنش‌های اصلی گرین - لاگرانژ و هم امتدادهای اصلی آنها متفاوتند.

(۲) هم کرنش‌های اصلی و هم امتدادهای اصلی آنها یکسانند.

(۳) امتدادهای اصلی آنها متفاوت ولی کرنش‌های اصلی آنها برابرند.

(۴) کرنش‌های اصلی آنها متفاوت ولی امتدادهای اصلی آنها یکسان هستند.

۳۷- تانسور تنش در یک نقطه از یک جسم به صورت
$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}$$
 داده شده است. برای اینکه وضعیت تنش

در این نقطه یک بُعدی باشد:

(۱) لازم است دترمینان تانسور تنش صفر باشد.

(۲) کافی است که دترمینان تانسور تنش صفر باشد.

(۳) لازم است حاصل جمع درایه‌های قطری تانسور تنش صفر باشد.

(۴) کافی است که حاصل جمع درایه‌های قطری تانسور تنش صفر باشد.

۳۸- تانسور تنش در یک نقطه از یک جسم در دستگاه مختصات دکارتی به صورت زیر داده شده است به طوری که

σ_{22} در آن مجهول است. بردار تنش روی صفحه عمود بر کدام یک از امتدادهای زیر صفر بوده و σ_{22} برحسب $\frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$ کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & \sigma_{22} & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\left(-\frac{3}{\sqrt{11}}, \frac{1}{\sqrt{11}}, \frac{1}{\sqrt{11}}\right), \sigma_{22} = 5 \quad (2)$$

$$\left(-\frac{3}{\sqrt{11}}, -\frac{1}{\sqrt{11}}, -\frac{1}{\sqrt{11}}\right), \sigma_{22} = 5 \quad (1)$$

$$\left(\frac{3}{\sqrt{11}}, \frac{1}{\sqrt{11}}, \frac{1}{\sqrt{11}}\right), \sigma_{22} = 2 \quad (4)$$

$$\left(\frac{3}{\sqrt{11}}, \frac{1}{\sqrt{11}}, -\frac{1}{\sqrt{11}}\right), \sigma_{22} = 2 \quad (3)$$

۳۹- میله‌ای به طول L با سطح مقطع $A \ll L^2$ از جنس ایزوتوپ با مدول ارتجاعی E و نسبت پواسون ν تحت

نیروی F در امتداد طول میله قرار می‌گیرد (شکل زیر). اگر جرم واحد طول میله ρ باشد، تنش‌های σ_{11} ، σ_{22} و

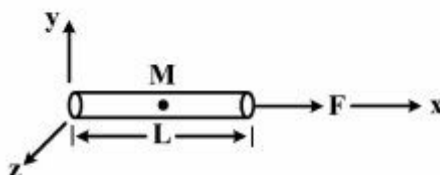
σ_{33} در نقطه میانی میله (M) کدام است؟

$$\sigma_{11} = \frac{F}{A}, \sigma_{22} = \sigma_{33} = 0 \quad (1)$$

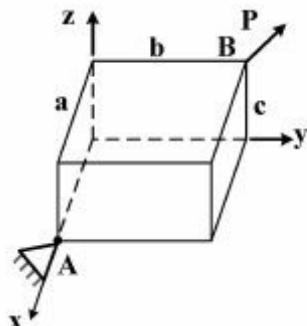
$$\sigma_{11} = \frac{F}{2A}, \sigma_{22} = \sigma_{33} = 0 \quad (2)$$

$$\sigma_{11} = \frac{F}{A}, \sigma_{22} = \sigma_{33} = -\frac{\nu F}{A} \quad (3)$$

$$\sigma_{11} = \frac{F}{2A}, \sigma_{22} = \sigma_{33} = -\frac{\nu F}{A} \quad (4)$$



- ۴۰- مکعب مستطیلی به اضلاع a, b و c در نقطه A به صورت مفصلی متکی شده و تحت نیروی P در راستای AB قرار دارد. اگر این مکعب مستطیل از جنس ایزوتروپ با ضرایب لامه λ و μ باشد، تغییر فاصله نقاط A و B در تغییر شکل های کوچک کدام است؟



$$\frac{P}{\mu} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \quad (۱)$$

$$\frac{P}{3\lambda + 2\mu} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \quad (۲)$$

$$\frac{P}{E} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}, E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu} \quad (۳)$$

$$\frac{P(1+\nu)}{E} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}, \nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}, E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu} \quad (۴)$$

- ۴۱- جسمی ایزوتروپ فضای Ω را اشغال کرده به طوری که مرز آن Γ_f است. این جسم تحت نیروی جسمی $\rho \vec{b}$ ، نیروی سطحی \vec{t} روی Γ_f قرار می گیرد. اگر e تانسور کرنش، σ تانسور تنش و \vec{u} بردار تغییر مکان در هر نقطه از جسم باشد، آنگاه سه تایی مرتب (\vec{u}, σ, e) جواب این مسئله مقدار مرزی است در صورتی که معادلات تعادل در دامنه و شرایط مرزی در مرز برقرار باشند. اگر $(\vec{u}', \sigma', e'), (\vec{u}'', \sigma'', e'')$ دو جواب مسئله باشند، آنگاه:

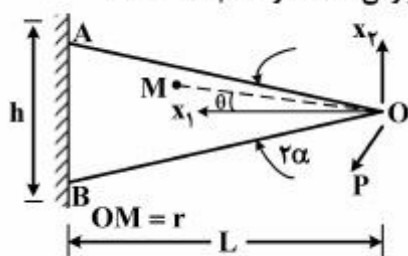
$$\vec{u}' = \vec{u}'', \sigma' = \sigma'', e' = e'' \quad (۱)$$

$$\sigma' = \sigma'', \vec{u}' = \vec{u}'', e' = e'' \quad (۲)$$

$$\sigma' = \sigma'', e' = e'', \vec{u}' = \vec{u}'' \quad (۳)$$

$$\vec{u}' = \vec{u}'' \quad (۴)$$

- ۴۲- تیر شکل زیر ساخته شده از مصالح ایزوتروپ دارای طول $L \geq h$ بوده و تحت نیروی مورب P در نقطه O قرار دارد. پهنای تیر در مقایسه با h کوچک است. در صورت استفاده از دستگاه مختصات قطبی نشان داده شده در شکل، کدامیک از توابع تنش ایری زیر شرایط مرزی روی خطوط OA و OB را برقرار می کند؟ C و D ثابت هستند.



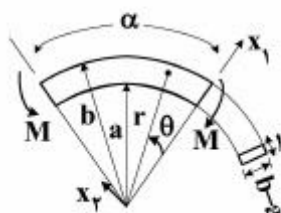
$$\varphi(r, \theta) = Cr\theta \sin \theta + Dr\theta \cos \theta \quad (۱)$$

$$\varphi(r, \theta) = C \sin 2\theta + D \cos 2\theta \quad (۲)$$

$$\varphi(r, \theta) = Cr^2 \sin \theta + Dr^2 \cos \theta \quad (۳)$$

$$\varphi(r, \theta) = Cr^2 \theta \quad (۴)$$

- ۴۳- تیر خمیده شکل زیر قسمتی از یک قطاع حلقوی به شعاع داخلی a ، شعاع خارجی b و زاویه کل α می باشد. این تیر تحت گشتاور خمشی M در دو سر قرار می گیرد. اگر مقرر شود که توابع تنش و تغییر مکان غیر صلب این تیر در دستگاه مختصات قطبی $r-\theta$ در حالت تنش مسطح به دست آید، آنگاه:



$$(۱) \text{ کلیه تنش ها وابسته به } \theta \text{ هستند ولی تغییر مکان ها مستقل از } \theta \text{ هستند.}$$

$$(۲) \text{ کلیه تنش ها مستقل از } \theta \text{ هستند ولی تغییر مکان ها وابسته به } \theta \text{ هستند.}$$

$$(۳) \text{ کلیه تنش ها و تغییر مکان ها در دستگاه مختصات قطبی مستقل از } \theta \text{ هستند.}$$

$$(۴) \text{ هم تنش ها و هم تغییر مکان ها وابسته به } \theta \text{ هستند.}$$

۴۴- تابع $\phi(x_1, x_2) = \frac{q}{\lambda c^3} (x_1^2 x_2^2 - \frac{1}{5} x_2^5) - \frac{3q}{\lambda c} x_1^2 x_2 - \frac{q}{4} x_1^2 + \alpha x_2^2$ به عنوان تابع تنش ایری برای حل مسئله

خمشی یک تیر مستطیلی با طول L و ارتفاع h در حالت کرنش مسطح داده شده است. q ، c و α ثابت هستند. اگر

نسبت پواسون مصالح تیر $\nu = \frac{1}{4}$ باشد، تنش σ_{33} در این تیر کدام است؟

$$\sigma_{33} = -\frac{3q}{\lambda c^3} x_1^2 x_2 + \frac{3q}{16c} x_2 \quad (1)$$

$$\sigma_{33} = -\frac{3q}{\lambda c^3} \lambda_1^2 x_2 + \frac{3q}{16c} x_2 + \frac{q}{\lambda} \quad (2)$$

$$\sigma_{33} = \frac{3q}{\lambda c^3} x_2^2 + \frac{3}{2} \alpha x_2 + \frac{q}{\lambda} \quad (3)$$

$$\sigma_{33} = -\frac{q}{16c^3} (3x_1^2 x_2 - 2x_2^2) + (\frac{3q}{16c} + \frac{3}{2} \alpha) x_2 + \frac{q}{\lambda} \quad (4)$$

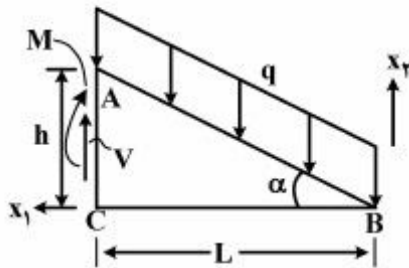
۴۵- تیر مثلثی شکل زیر از مصالح همسان با مدول یانگ E و نسبت پواسون ν تشکیل شده است. پهنای تیر برابر

واحد بوده و روی وجه AB تحت نیروی گسترده یکنواخت q روی واحد طول خط AB قرار دارد. این تیر در وجه

AC به صورت گیردار به تکیه‌گاه متکی شده است. به منظور تحلیل، نیروی برشی V و گشاور خمشی M

جایگزین عکس‌العمل تکیه‌گاهی شده‌اند. کدام یک از موارد زیر به عنوان شرایط مرزی برای مولفه‌های تانسور

تنش (σ_{ij}) روی وجه AB صحیح است؟



$$\begin{cases} \sigma_{11}(x_1, x_1 \tan \alpha) \cos \alpha + \sigma_{12}(x_1, x_1 \tan \alpha) \sin \alpha = 0 \\ \sigma_{21}(x_1, x_1 \tan \alpha) \cos \alpha - \sigma_{22}(x_1, x_1 \tan \alpha) \cos \alpha = q \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \sigma_{11}(x_1, x_1 \tan \alpha) \cos \alpha + \sigma_{12}(x_1, x_1 \tan \alpha) \sin \alpha = q \\ \sigma_{21}(x_1, x_1 \tan \alpha) \cos \alpha - \sigma_{22}(x_1, x_1 \tan \alpha) \cos \alpha = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} -\sigma_{11}(x_1, x_1 \tan \alpha) \sin \alpha + \sigma_{12}(x_1, x_1 \tan \alpha) \cos \alpha = 0 \\ \sigma_{21}(x_1, x_1 \tan \alpha) \sin \alpha - \sigma_{22}(x_1, x_1 \tan \alpha) \cos \alpha = q \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \sigma_{11}(x_1, x_1 \tan \alpha) \sin \alpha - \sigma_{12}(x_1, x_1 \tan \alpha) \cos \alpha = q \\ \sigma_{21}(x_1, x_1 \tan \alpha) \sin \alpha - \sigma_{22}(x_1, x_1 \tan \alpha) \cos \alpha = 0 \end{cases} \quad (4)$$