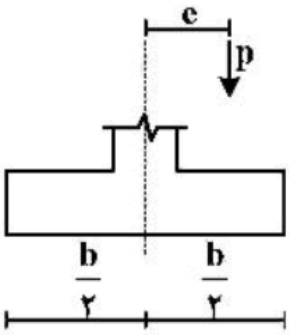
پاسخ تشریحی تحلیل و مقاومت

کارشناسی ارشد ۱۳۹۹

دکتر زرفام

@Dr_Zarfam

۴۶- خروج از مرکزیت e چقدر باشد که مقطع نشان‌داده شده در آستانه بلند شدگی قرار گیرد؟ (عرض مقطع برابر واحد است)



۱) $\frac{b}{۶}$

۲) $\frac{b}{۵}$

۳) $\frac{b}{۴}$

۴) $\frac{b}{۳}$

پاسخ سوال ۴۶) گزینه ۱ (متوسط)

اگر مجموع تنش در گوشه پی نشان داده شده ناشی از تنش ناشی از نیروی فشاری و تنش ناشی از لنگر خمشی (در ناحیه کششی) صفر گردد ، پی در آستانه بلند شدگی قرار می‌گیرد و داریم :

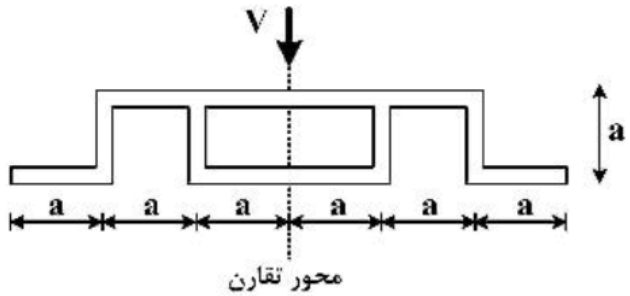
$$\sigma^{\text{کششی}}_{max} = ۰ \Rightarrow \frac{P}{A} + \frac{MC}{I} = ۰ \Rightarrow -\frac{P}{b \times ۱} + \frac{(P \times e) \times \frac{b}{۲}}{۱ \times \frac{b^۳}{۱۲}} = ۰$$

$$\Rightarrow e = \frac{b}{۶}$$

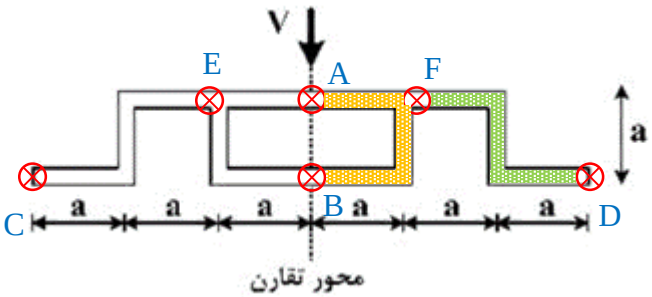
@Dr_Zarfam

۴۷- در مقطع با ضخامت ثابت شکل زیر، تحت اثر برش V، در چند نقطه تنش برشی برابر صفر است؟

۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۶



پاسخ سوال ۴۷) گزینه ۴ (متوسط)

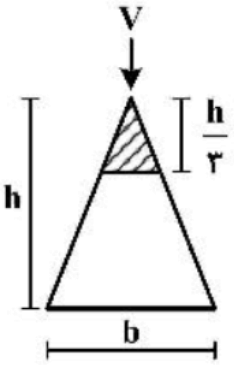


- روی محور تقارن (نقاط AوB) و لبه‌های آزاد (نقاط Dو C) تنش برشی صفر است همچنین با توجه به ابعاد داده شده مقطع مرکز سطح مقطع در وسط ارتفاع مقطع قرار دارد و لذا تنش برشی در نقاط Eو F نیز صفر است ($\bar{y} = 0 \Rightarrow Q = 0 \Rightarrow \tau = 0$)

بنا بر این در مجموع در ۶ نقطه تنش برشی برابر صفر است .

@Dr_Zarfam

۴۸- چه کسری از نیروی برش قائم اعمال شده V توسط قسمت هاشورخورده مقطع تحمل می‌گردد؟



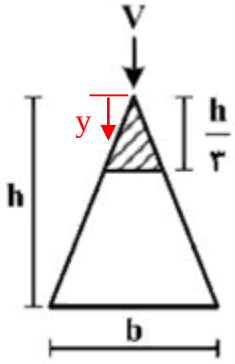
۱) $\frac{۱}{۳}$

۲) $\frac{۱}{۹}$

۳) $\frac{۱}{۲۷}$

۴) $\frac{۱}{۸۱}$

پاسخ سوال ۴۸) گزینه ۲ (دشوار)



سهم نیروی برشی از رابطه زیر قابل محاسبه است :

$$V_{\text{هاشور خورده}} = \frac{V}{I}\int Q(y)dy$$

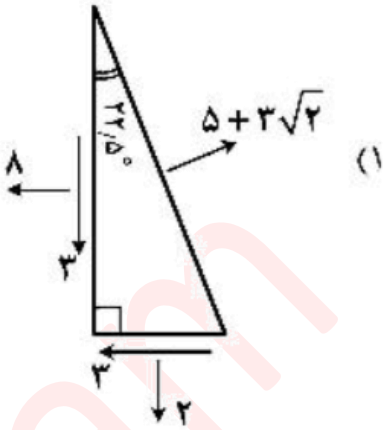
$$Q(y) = \frac{y \times \frac{y}{h} \times b}{۲} \times (\frac{۲}{۳}h - \frac{۲}{۳}y)$$

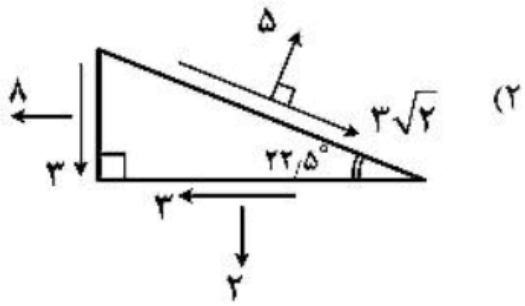
$$I = \frac{۱}{۳۶}bh^۳$$

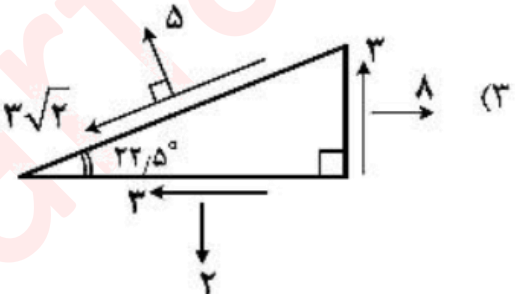
$$V_{\text{هاشور خورده}} = \frac{V}{\frac{۱}{۳۶}bh^۳}\int_{.}^{\frac{h}{۳}} \frac{y \times \frac{y}{h} \times b}{۲} \times (\frac{۲}{۳}h - \frac{۲}{۳}y)dy \Longrightarrow V_{\text{هاشور خورده}} = \frac{۱}{۹}V$$

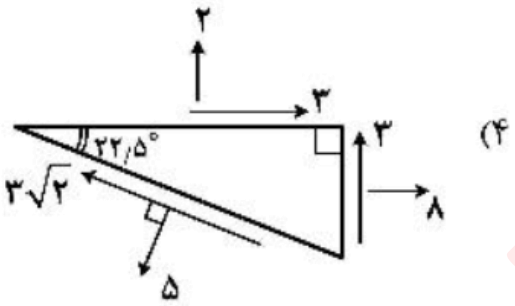
@Dr_Zarfam

۴۹- کدام‌یک از گزینه‌های زیر برای نشان دادن وضعیت تنش در یک مسئلهٔ تنش مسطح نادرست است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


پاسخ سوال ۴۹) گزینه ۳ (دشوار)

مطابق با رابطه تنش عمودی در یک صفحه دلخواه در المان تنش مسطح داریم :

$$\sigma_\theta = \sigma_x \cos^2\theta + \sigma_y \sin^2\theta - \tau_{xy} sin2\theta$$

$$\Longrightarrow \sigma_\theta = 8\cos^2\theta + 2\sin^2\theta + 3sin2\theta$$

بررسی گزینه ۲و۴ : $\sigma_\theta = +5 \Leftarrow \theta = 67.5$

بررسی گزینه ۳: $\sigma_\theta = +0.75 \neq 5 \Leftarrow \theta = -67.5$

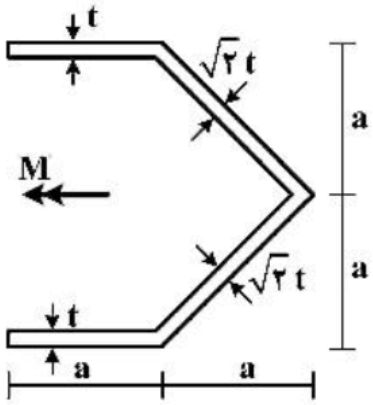
بررسی گزینه ۱ : $\sigma_\theta = 5 + 3\sqrt{2} \Leftarrow \theta = 22.5$

با کمی دقت می‌توان دریافت گزینه های ۱و۴ هیچ فرقی با یکدیگر نداشته و در نتیجه با رد گزینه فقط می‌بایست گزینه های ۱ و ۳ را با یکدیگر مقایسه نمود.

@Dr_Zarfam

۵۰- مقطع جدار نازک مطابق شکل زیر را در نظر بگیرید. مقدار انحنای خمشی مقطع چه ضریبی از $\frac{M}{Ea^{۳}t}$ است؟

(E مدول الاستیسیته مصالح است)



۱) $\frac{۳}{۱۴}$

۲) $\frac{۳}{۱۰}$

۳) $\frac{۳}{۸}$

۴) $\frac{۳}{۷}$

پاسخ سوال ۵۰) گزینه ۲ (متوسط)

$$k\left(\text{انحنا}\right)=\frac{۱}{\rho\left(\text{شعاع انحنا}\right)}=\frac{M}{EI}$$

$$I=\underbrace{(a\times t)\times a^{۲}}_{\text{بال}}\times ۲+\underbrace{\frac{(\sqrt{۲}t)(a\sqrt{۲})^{۳}}{۳}\times \sin^{۲}۴۵\times ۲}_{\text{عضو مورب}}$$

$$I=\frac{۱۰}{۳}a^{۳}t$$

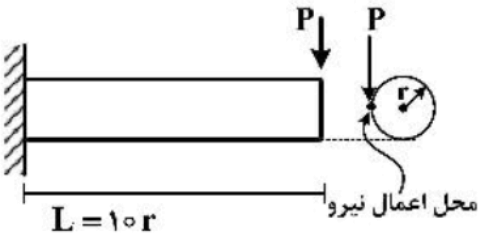
$$\Rightarrow k=\frac{۳}{۱۰}\frac{M}{Ea^{۳}t}$$

@Dr_Zarfam

۵۱- مطابق شکل میلهٔ استوانه‌ای نشان‌داده شده که از یک سوگیردار شده است در انتهای آزاد تحت اثر نیروی قائم P که بر وجه بیرونی عضو وارد می‌شود قرار دارد. نسبت انرژی خمشی به انرژی پیچشی تیر کدام است؟

$(L=10r \text{ و } \nu=0/25)$

۱) ۴۰
۲) ۲۵
۳) $\frac{10}{3}$
۴) $\frac{80}{3}$



پاسخ سوال ۵۱) گزینه ۴ (متوسط)

$$U_M = \int \frac{M^2 dx}{2EI} = \int_0^L \frac{(-px)^2 dx}{2EI} = \frac{P^2 L^3}{6EI}$$

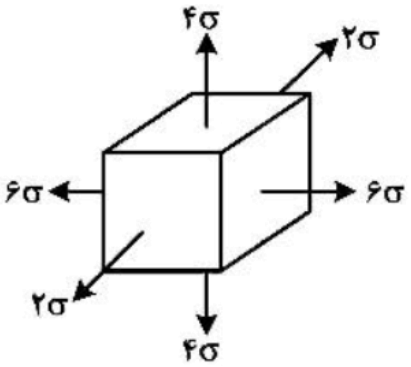
$$U_T = \int \frac{T^2 dx}{2GJ} = \int_0^L \frac{(Pr)^2 dx}{2GJ} = \frac{P^2 r^2 L}{2GJ}$$

$$\frac{U_M}{U_T} = \frac{\frac{P^2 L^3}{6EI}}{\frac{P^2 r^2 L}{2GJ}} = \frac{1}{3}\left(\frac{J}{I}\right)\left(\frac{G}{E}\right)\left(\frac{L}{r}\right)^2 \xrightarrow{(L=10r),\left(G=\frac{E}{2(1+\vartheta)}\right),J=2I} \frac{U_M}{U_T} = \frac{1}{3}\times 2 \times \frac{1}{2.5}\times 10^2$$

$$\Rightarrow \frac{U_M}{U_T} = \frac{80}{3}$$

@Dr_Zarfam

۵۲- در المان زیر (کلیه اضلاع برابر واحد) بعد از اعمال تنش‌های نرمال تغییر حجم ΔV، کدام است؟ $(\nu = ۰/۲۵)$



۱) $\frac{۲\sigma}{E}$

۲) $\frac{۴\sigma}{E}$

۳) $\frac{۶\sigma}{E}$

۴) $\frac{۸\sigma}{E}$

پاسخ سوال ۵۲) گزینه ۳ (ساده)

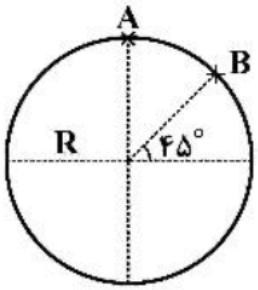
مطابق با رابطه زیر کرنش حجمی برابر است با :

$$\varepsilon_V = \frac{\Delta V}{V} = \frac{۱ - ۲\vartheta}{E}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$$

$$\frac{\Delta V}{۱ \times ۱ \times ۱} = \frac{۱ - ۲ \times ۰.۲۵}{E}(۶\sigma + ۴\sigma + ۲\sigma) \Longrightarrow \Delta V = \frac{۶\sigma}{E}$$

@Dr_Zarfam

۵۳- نیروی کششی $\sqrt{۲}P$ به نقطه A و نیروی فشاری $۲P$ به نقطه B در مقطع مدور به شعاع R اعمال می‌شود حداکثر تنش عمودی این مقطع کدام است؟



۱) $۱۱/۲\frac{P}{\pi R^۲}$

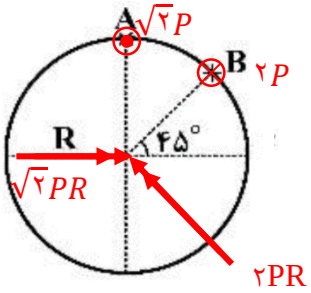
۲) $۹\frac{P}{\pi R^۲}$

۳) $۶/۲\frac{P}{\pi R^۲}$

۴) $۵\frac{P}{\pi R^۲}$

پاسخ سوال ۵۳) گزینه ۳ (دشوار)

مقطع تحت خمش مرکب قرار دارد و بعد از انتقال نیروی های فشاری و کششی به مرکز مقطع داریم :



$$\sigma_{max} = -\frac{(۲P - \sqrt{۲}P)}{A} - \frac{\sqrt{(\sqrt{۲}PR - ۲PRcos۴۵)^۲ + (۲PRsin۴۵)^۲}}{S}$$

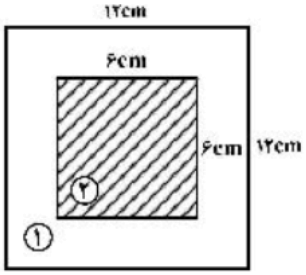
$$\Rightarrow \sigma_{max} = -(۲ - \sqrt{۲})\frac{P}{A} - \frac{\sqrt{۲}PR}{S}$$

$$A = \pi R^۲ \; ; \; S = \frac{\pi R^۳}{۴}$$

$$\Rightarrow \sigma_{max} = -(۲ + ۳\sqrt{۲})\frac{P}{\pi R^۲} \simeq -۶.۲\frac{P}{\pi R^۲}$$

@Dr_Zarfam

۵۴- مقطع مربعی مرکب مطابق شکل از دو مادهٔ الاستیک خطی ساخته شده است. اگر ۲۵ درصد لنگر خمشی توسط مادهٔ ۲ تحمل شود، نسبت $\frac{E_2}{E_1}$ کدام است؟



۱) ۵
۲) ۴
۳) $\frac{11}{2}$
۴) $\frac{7}{2}$

پاسخ سوال ۵۴) گزینه ۱ (متوسط)

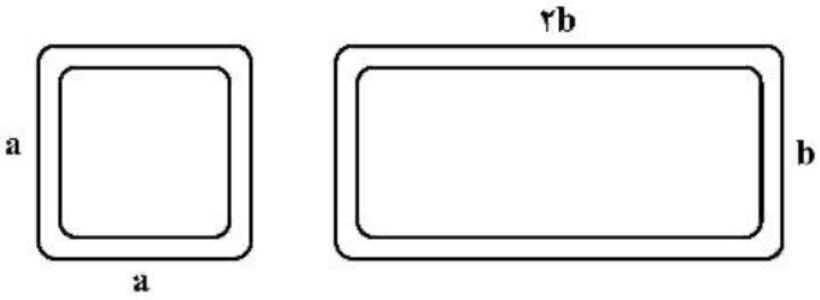
با توجه به اینکه لنگر به نسبت EI بین اعضا تقسیم می‌گردد خواهیم داشت :

$$\frac{M_2}{M_1}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}}=\frac{E_2I_2}{E_1I_1}=\frac{E_2}{E_1}\times\frac{\frac{1}{12}\times 6^4}{\left(\frac{1}{12}\times 12^4\right)-\left(\frac{1}{12}\times 6^4\right)}=\frac{1}{15}\times\frac{E_2}{E_1}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{3}=\frac{1}{15}\times\frac{E_2}{E_1}\Rightarrow\frac{E_2}{E_1}=5$$

@Dr_Zarfam

۵۵- دو مقطع جدار نازک بسته با ضخامت و محیط مقطع یکسان که یکی از آن‌ها به شکل مربع و دیگری به شکل مستطیل با نسبت ابعاد ۲ به ۱ است، تحت اثر لنگر پیچشی قرار می‌گیرند. نسبت سختی پیچشی مقطع مربعی به مقطع مستطیلی کدام است؟



۱) $\frac{۸۱}{۶۴}$

۲) $\frac{۶۴}{۸۱}$

۳) $\frac{۹}{۸}$

۴) $\frac{۸}{۹}$

پاسخ سوال ۵۵) گزینه ۱ (متوسط)

با توجه به اینکه محیط مقاطع یکسان است داریم :

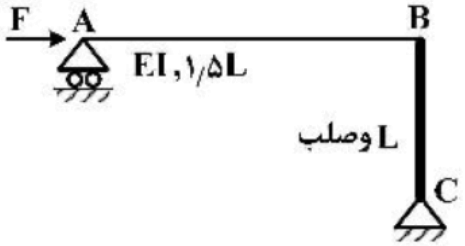
$$۴a = ۲(۲b) + ۲(b) = ۶b \Longrightarrow \frac{a}{b} = \frac{۳}{۲}$$

برای محاسبه نسبت سختی پیچشی طبق رابطه زیر داریم :

$$\frac{k_{\text{مربع}}}{k_{\text{مستطیل}}} = \frac{J_{\text{مربع}}}{J_{\text{مستطیل}}} = \frac{a^۳t}{\frac{۴(۲b \times b)^۲}{(۶b)}{t}} = \frac{۳}{۸}\left(\frac{a}{b}\right)^۳ = \frac{۳}{۸} \times \frac{۲۷}{۸} = \frac{۸۱}{۶۴}$$

@Dr_Zarfam

۵۶- تغییر مکان افقی تکیه‌گاه A کدام است؟



۱) صفر

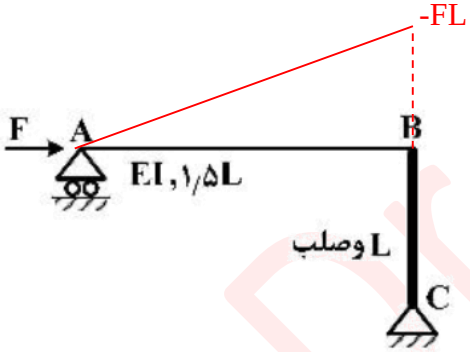
۲) $\frac{FL^3}{2EI}$

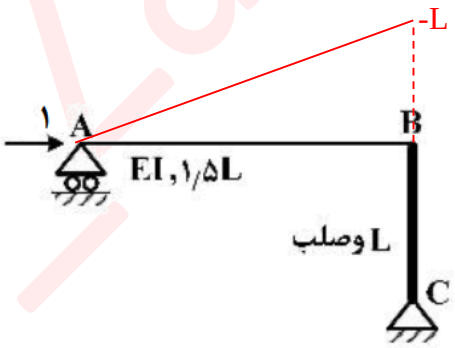
۳) $\frac{FL^3}{3EI}$

۴) $\frac{2FL^3}{3EI}$

پاسخ سوال ۵۶) گزینه ۲ (ساده)

مطابق با رابطه کار مجازی خواهیم داشت :

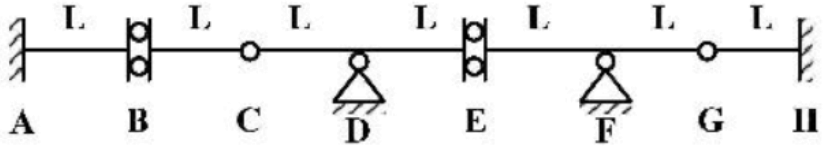




$$۱ \times \delta_A = \int \frac{Mmdx}{EI} = \frac{(FL \times ۱.۵L)}{۲} \times (\frac{۲}{۳} \times L) = \frac{FL^۳}{۲EI}$$

@Dr_Zarfam

۵۷- در تیر نشان داده شده حداکثر اختلاف برش سمت راست و چپ تکیه‌گاه F بر اثر بار زنده گسترده یکنواخت به شدت w چقدر است؟ (بار زنده می‌تواند در دهانه‌های دلخواه اعمال گردد)



۱) $\frac{۵}{۲}wL$

۲) $۳wL$

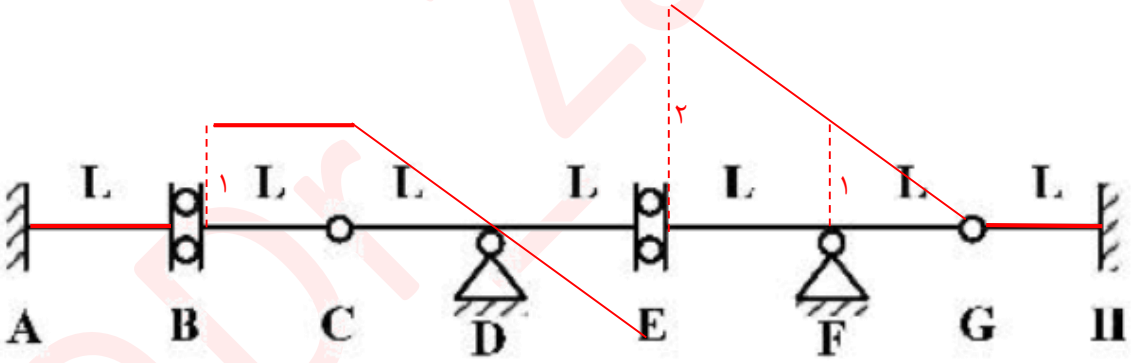
۳) $\frac{۷}{۲}wL$

۴) $۴wL$

پاسخ سوال ۵۷) گزینه ۳ (متوسط)

حداکثر اختلاف برش سمت چپ و راست تکیه‌گاه F برابر با همان عکس العمل قائم تکیه‌گاه F می‌باشد

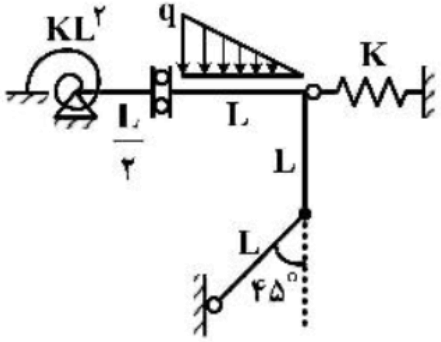
و بنیابراین خط تاثیر تکیه گاه F مطابق شکل زیر است



مطابق نمودار خط تاثیر رسم شده بار زنده که می‌تواند منقطع باشد را در دهانه های BCD و EFG قرار می‌دهیم تا حداکثر مقدار عکس‌العمل تکیه‌گاه F بدست آید و داریم :

$$R^F_{max} = w \times \left(\frac{۲L \times ۲}{۲} + \frac{۱ \times L}{۲} + ۱ \times L \right) = \frac{۷}{۲} wL$$

۵۸- در قاب نشان داده شده لنگر فنر دورانی کدام است؟ (صلبیت خمشی اعضا EI، سختی فنر انتقالی K و سختی فنر دورانی KL^2 می‌باشد.)



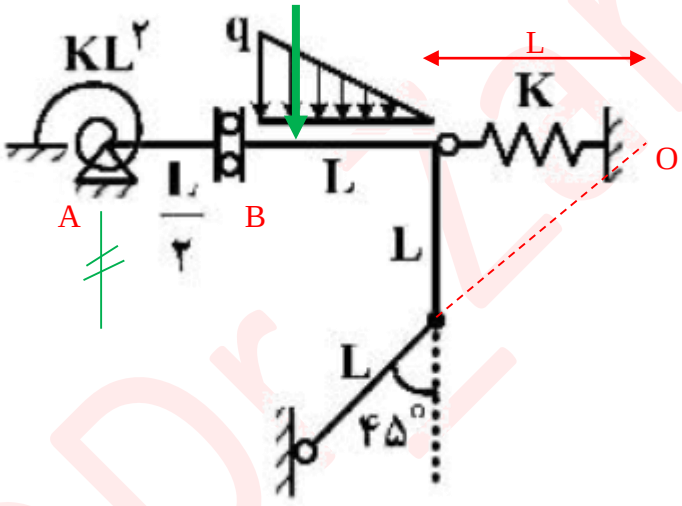
۱) صفر

۲) $\frac{۱}{۳}qL^۲$

۳) $\frac{۲}{۳}qL^۲$

۴) $\frac{۵}{۶}qL^۲$

پاسخ سوال ۵۸) گزینه ۴ (متوسط)



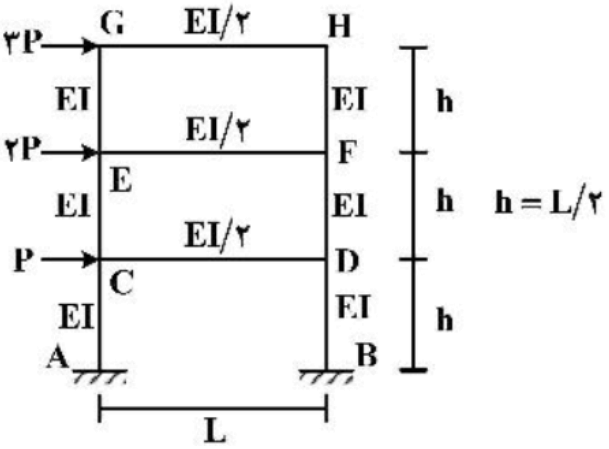
با توجه به روابط استاتیک برای تعادل برش سمت چپ مفصل برشی خواهیم داشت :

$$\sum V_{LB} = ۰ \Longrightarrow R_{VA} = o$$

حال با لنگر گیری حول نقطه O خواهیم داشت :

$$\sum M_o = ۰ \Longrightarrow M_{\text{فنر}} = \frac{ql}{۲} \times \left(l + \frac{۲}{۳}l\right) \Longrightarrow M_{\text{فنر}} = \frac{۵}{۶}ql^۲$$

۵۹- مقدار نیروی محوری تیر CD چقدر است؟



۱) $\frac{P}{۲}$

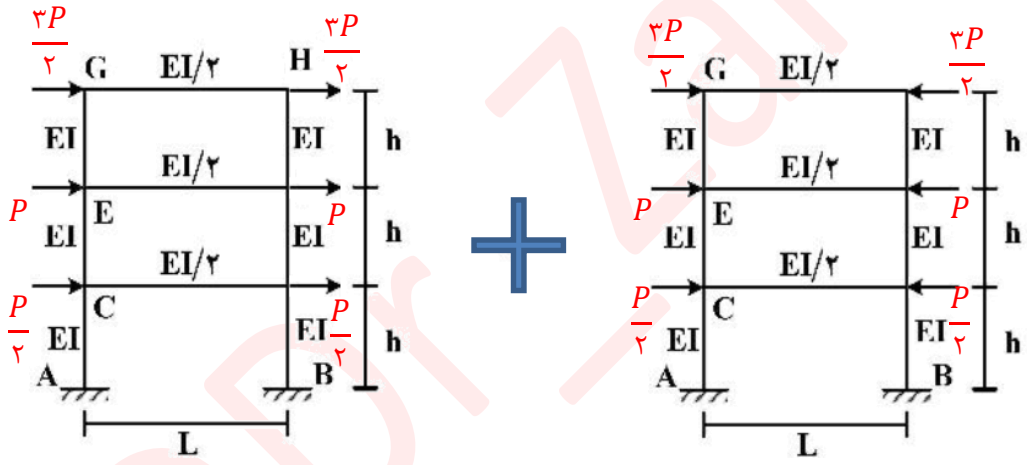
۲) P

۳) $\frac{۳P}{۲}$

۴) $۶P$

پاسخ سوال ۵۹) گزینه ۱ (متوسط)

با تبدیل سازه فوق به دو سازه متقارن مستقیم و متقارین معکوس داریم :

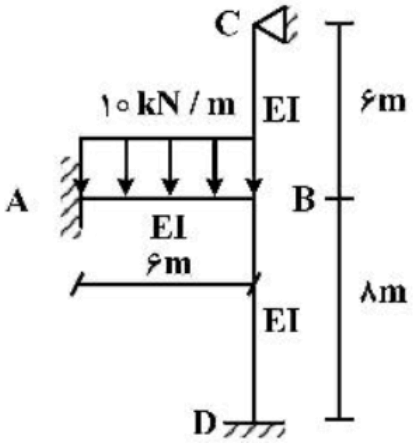


در سازه متقارن معکوس نیروی محوری اعضای افقی برابر با صفر بوده و در سازه متقارن مستقیم با توجه به نکته هیچی(!) عملکرد خرپایی داشته و در نتیجه مقدار نیروی محوری عضو CD برابر با $P/۲$ بوده و بنا براین گزینه ۱ صحیح است .

@Dr_Zarfam

۶۰- مقدار لنگر در تکیه‌گاه A چند کیلونیوتن متر (kN.m) است؟

۱) ۲۲٫۵
۲) ۲۴
۳) ۳۶
۴) ۴۵



پاسخ سوال ۶۰) گزینه ۳ (دشوار)

روش اول (روش باز و بسته کردن گره):

در سازه اول گره B را می‌بندیم و در نتیجه لنگر گره A برابر است با :

$$M_A = \frac{۱۰ \times ۶^۲}{۱۲} = ۳۰$$

در سازه دوم که گره B باز می‌کنیم و در نتیجه لنگر A برابر است با :

$$M_{BA} = \frac{\frac{۴EI}{۶}}{\frac{۴EI}{۶} + \frac{۴EI}{۸} + \frac{۳EI}{۶}} \times ۳۰ = ۱۲kN.m \Longrightarrow M_A = M_{AB} = \frac{۱}{۲} M_{BA} = ۶kN.m$$

و در نهایت از مجموع لنگر تکیه‌گاه A در سازه اول و دوم M_A=۳۰+۶= ۳۶kN.m می‌رسیم

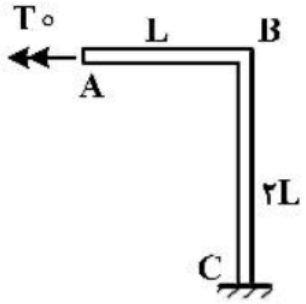
روش دوم (شیب افت):

$$M_{BA} + M_{BC} + M_{BD} = ۰$$

$$\left.\begin{aligned} M_{BA} &= \frac{۲EI}{۶}(۲\theta_B) + \frac{۱۰ \times ۶^۲}{۱۲} \\ M_{BC} &= \frac{۳EI}{۶}\theta_B \\ M_{BD} &= \frac{۲EI}{۸}(۲\theta_B) \end{aligned}\right\} \quad \theta_B = -\frac{۱۸}{EI}$$

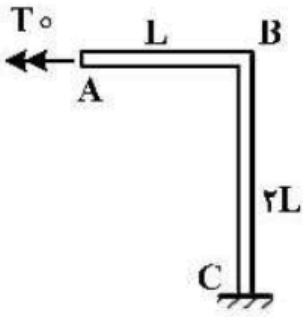
$$M_A = M_{AB} = \frac{۲EI}{۶}\theta_B - \frac{۱۰ \times ۶^۲}{۱۲} = -۳۶kN.m$$

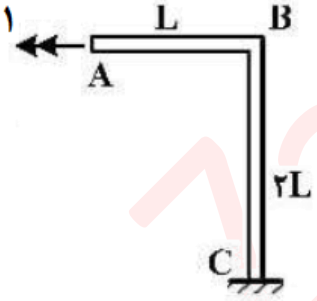
۶۱- در قاب نشان داده شده مقطع اعضا دایره به شعاع R می‌باشد. اگر لنگر پیچشی T_0 در گره A اعمال شود. زاویه پیچش در گره A چه ضریبی از $\frac{T_0 L}{E\pi R^4}$ است؟ $(G = 0/5E)$



۱) ۱۶
۲) ۱۲
۳) ۸
۴) ۴

پاسخ سوال ۶۱) گزینه ۲ (متوسط)



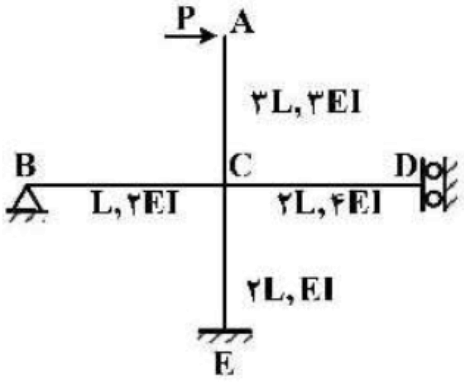


با توجه به رابطه کار مجازی خواهیم داشت :

$$۱ \times \varphi_A = \int_{AB} \frac{tTdx}{GJ} + \int_{BC} \frac{Mmdx}{EI} = \int_{.}^{L} \frac{۱ \times T_. dx}{GJ} + \int_{.}^{۲L} \frac{۱ \times T_. dx}{EI}$$

$$\Longrightarrow \varphi_A = \frac{T_. L}{GJ} + \frac{۲T_. L}{EI} \xrightarrow[J=\frac{\pi R^4}{۲};I=\frac{\pi R^4}{۴};G=۰.۵E]{} \varphi_A = ۱۲\frac{T_. L}{E\pi R^4}$$

۶۲- لنگر خمشی در تکیه‌گاه E چقدر است؟



۱) $\frac{۱}{۵}PL$

۲) $\frac{۲}{۵}PL$

۳) $\frac{۳}{۱۰}PL$

۴) $\frac{۶}{۱۱}PL$

پاسخ سوال ۶۲) گزینه ۳ (متوسط)

از روش پخش لنگر و سختی خمشی دورانی بعد از حذف بار وارد شده در گره A و انتقال آن به گره C داریم :

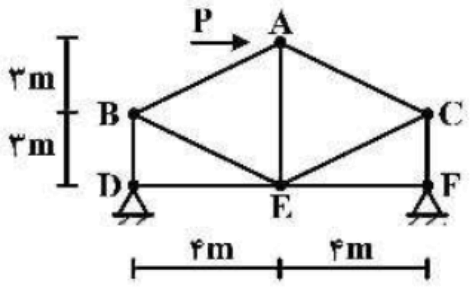
$$M_{CE} = \frac{\frac{۴EI}{۲L}}{\frac{۴EI}{۲L} + \frac{۳(۲EI)}{L} + \frac{۴EI}{۲L}} \times ۳PL \Longrightarrow M_{CE} = \frac{۶}{۱۰}PL$$

با توجه به اینکه ضریب انتقال لنگر عضو CE برابر با ۱/۲ است داریم :

$$M_E = M_{EC} = \frac{۱}{۲}M_{CE} = \frac{۳}{۱۰}PL$$

@Dr_Zarfam

۶۳- در خرپای نشان داده شده بار P به‌صورت افقی به گره A وارد می‌شود مقدار نیروی داخلی عضو BE چقدر است؟ (صلبیت محوری همه اعضا EA می‌باشد)



۱) $\frac{5P}{8}$

۲) $\frac{5P}{4}$

۳) $\frac{5P}{2}$

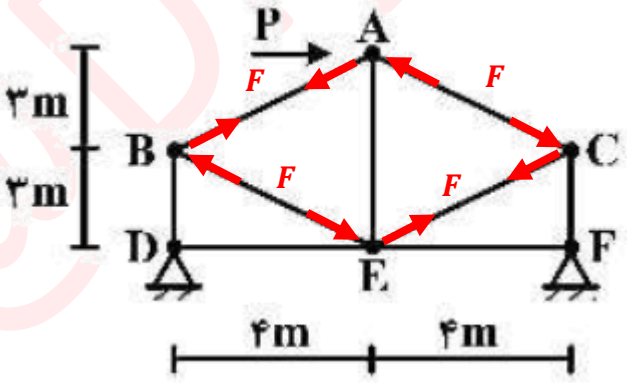
۴) ۰

پاسخ سوال ۶۳) گزینه ۱ (متوسط)

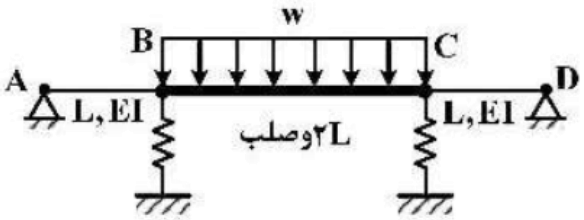
خرپای داده شده با توجه به بارگذاری آن متقارن معکوس می‌باشد و لذا نیروی عضو AE صفر است . با نوشتن تعادل افقی نیروها در گره A داریم :

$$A \text{ گره} : \sum F_x = 0 \Longrightarrow 2F\cos\alpha = P$$

$$\xrightarrow{\cos\alpha=\frac{4}{5}} F = \frac{5}{8}P$$

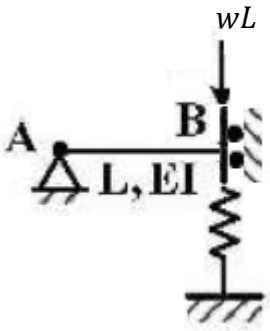


۶۴- درصورتی‌که ضریب سختی هر یک از فنرها $K=\frac{۶EI}{L^۳}$ باشد؛ حداکثر جابه‌جایی تیر صلب BC کدام است؟



۱) $\frac{wL^۴}{۱۲EI}$
۲) $\frac{wL^۴}{۹EI}$
۳) $\frac{wL^۴}{۶EI}$
۴) $\frac{wL^۴}{۳EI}$

پاسخ سوال ۶۴) گزینه ۲ (متوسط)



سختی خمشی عضو AB مطابق با روابط حفظی برابر با $۳EI/L^۳$ می‌باشد

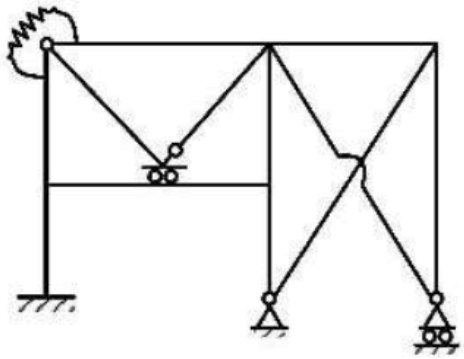
$$\delta=\frac{wL}{\frac{۳EI}{L^۳}+\frac{۶EI}{L^۳}}=\frac{wL^۴}{۹EI}$$

دقت شود که اگر نقاط B و C مفصل فرض شود سازه معین شده و بدیهی است که جواب $\frac{wL^۴}{۶EI}$ یعنی گزینه ۳ پاسخ سوال است که قاعدتا منظور طراح با فرض اتصال غیر مفصل بوده است . در ضمن با توجه به اینکه جابجایی تمام قطعه صلب یکسان است کلمه حداکثر جابجایی قطعه صلب در صورت سوال بی معنی است .

@Dr_Zarfam

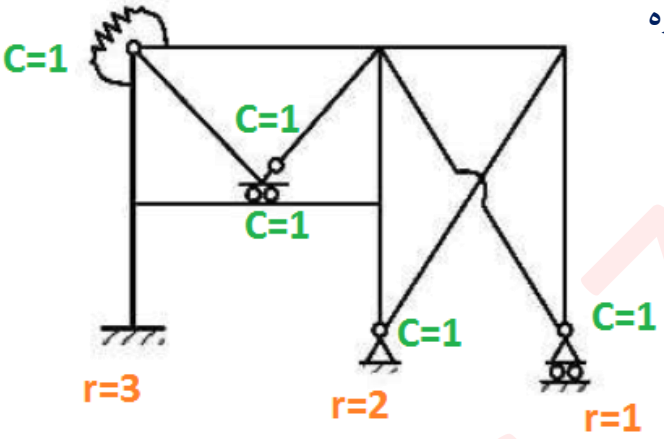
۶۵- درجه نامعینی سازهٔ زیر چند است؟

۱) ۱۰
۲) ۱۳
۳) ۱۵
۴) ۱۷



پاسخ سوال ۶۵) گزینه ۲ (ساده)

مطابق با رابطه فضای بسته در محاسبه درجه نامعینی سازه مقابل داریم :



$$n = ۳k + r - (c + ۳) = ۳(۵) + ۶ - (۵ + ۳) = ۱۳$$

www.instagram.com/Dr_Zarfam

با آرزوی موفقیت برای شما