پاسخ تشریحی سوالات
مقاومت مصالح

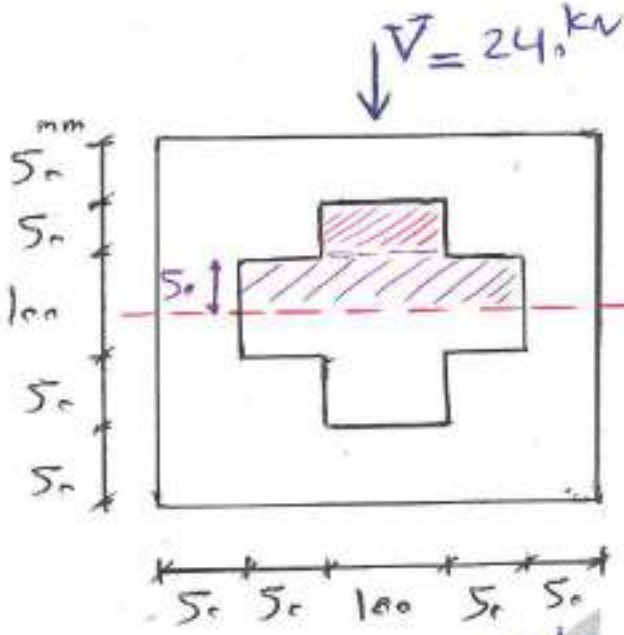
آزمون کارشناسی ارشد ۹۷

دکتر زرفام

@Dr_Zarfam

مبحث برش

46



$\tau_{max} = ?$

حداکثر تنش برشی روی تار خنثی را باید بدست آوریم:

$$\tau_{max} = \frac{V \times Q_{max}}{I_{N.A} \times b \to 100}$$

$$Q_{max} = (150 \times 300 \times \frac{150}{2} - 100 \times 50 \times 75 - 200 \times 50 \times 25)$$

$$I_{N.A} = \frac{300^4}{12} - (\frac{100 \times 200^3}{12} + \frac{50 \times 100^3}{12} \times 2)$$

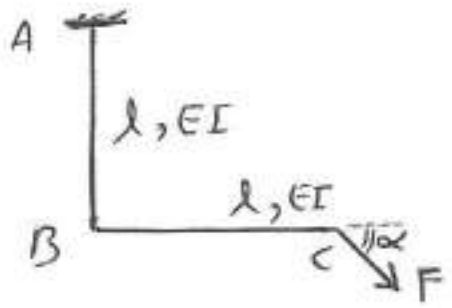
$$\Rightarrow \tau_{max} = \frac{240 \times (15 \times 15 \times 3/2 - 5 \times 15/2 - 25) \times 10^4}{100^4 \times (3^4 - (2^3 + 1)) \times 100} = 11000 \ KN/mm^2$$

$$\Rightarrow \tau_{max} = 11 \ MPa$$

گزینه ۲

صحبت کارعجازی

47



$\Delta_{HC} = 0 \Rightarrow \alpha = ?$

مطابق با روش کارمجازی داریم:

$$1 \times \Delta_{HC} = \sum \frac{A_m}{EI} \bar{M}$$

صفر

$A_m \times \bar{M}$ حاصل ضرب مساحت

چون AB صفر گردید لذا داریم:

$$\Rightarrow \bar{M} = 0$$

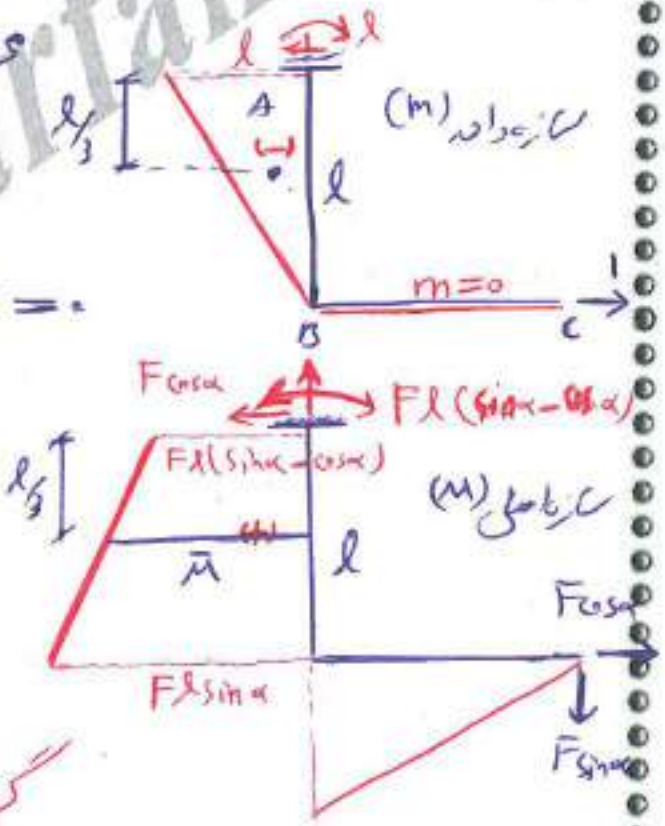
$$\Rightarrow (Fl)(\sin\alpha - \cos\alpha) + \tfrac{1}{3} Fl\cos\alpha = 0$$

$$\Rightarrow \sin\alpha - \tfrac{2}{3}\cos\alpha = 0$$

$$\Rightarrow \tan\alpha = \tfrac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \alpha = \text{Arctg}(\tfrac{2}{3})$$

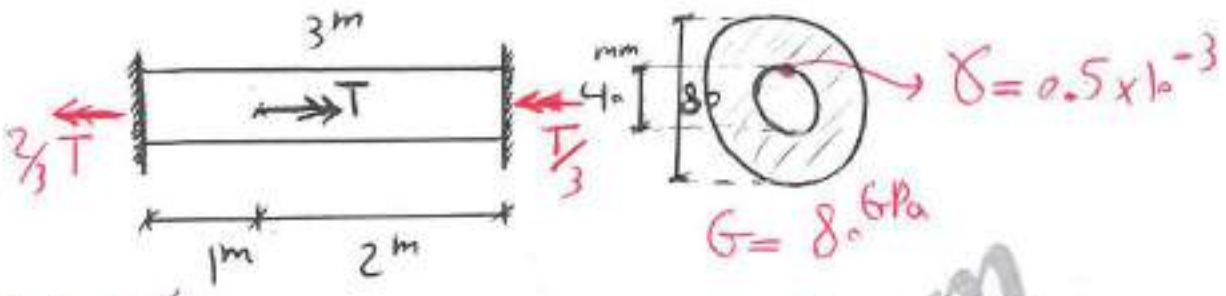
گزینه ۴



@Dr_Zarfam

48

$T = ?$



کرنش مدر داخلی

$$\gamma_i = \frac{\tau}{G} = \frac{T \times R_i}{GJ} \quad \rightarrow 20\,mm$$

$$J = \pi/2 (40^4 - 20^4) = 120\pi \times 10^4 \ mm^4$$

اگر منظور طراح γ در سمت چپ حول لنگر T باشد داریم:

$$\Rightarrow 0.5 \times 10^{-3} = \frac{(\frac{2}{3}T) \times 20^{mm}}{(80 \times 10^3) \times 120\pi \times 10^4}$$

$$\Rightarrow T = 3.6\pi \times 10^6 \ N.mm = \underline{3.6\pi} \ KN.m$$

اگر منظور طراح γ در سمت راست حول لنگر T باشد داریم:

$$\frac{2}{3}T \rightsquigarrow T/3 \Rightarrow T = \underline{1.8\pi} \ KN.m$$

بنابراین هر دو گزینه صحیح می باشد گزینه ۳ و ۴

سمت اضافه بعدی دکتر

(49)

$\Delta T = ?$

سازگاری

$\boxed{\Delta = 0} \Longrightarrow \alpha \Delta T \ell - \frac{F\ell}{EA} = 0 \Longrightarrow F = \alpha \Delta T EA$

$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{\ell^2}$

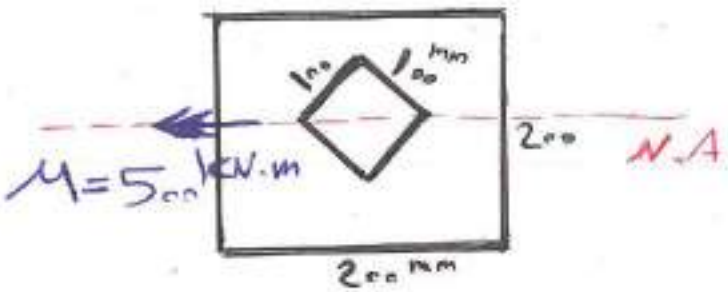
$\Longrightarrow \alpha \Delta T EA = \frac{\pi^2 EI}{\ell^2} \Longrightarrow \Delta T = \frac{\pi^2 I}{\alpha A \ell^2}$

گزینه ۱

@Dr_Zarfam

صفحه خشی

(5.)



$\sigma_{max} = ?$

$$\sigma_{max} = \frac{M \times C \rightarrow 100\ mm}{I_{N.A}}$$

$$I_{NA} = \frac{200^4}{12} - \frac{100^4}{12} = \frac{5}{4} \times 10^8 \ mm^4$$

$$\Rightarrow \sigma_{max} = \frac{(500 \times 10^6)\ N.mm \times (100)}{(\frac{5}{4} \times 10^8)}$$

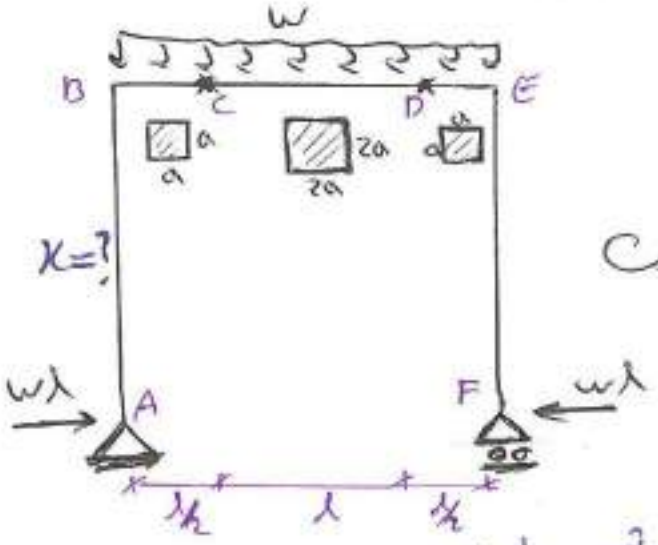
$$\Rightarrow \sigma_{max} = 400\ N/mm^2 = MPa$$

گزینه ۴

@Dr_Zarfam

سبحث خمش

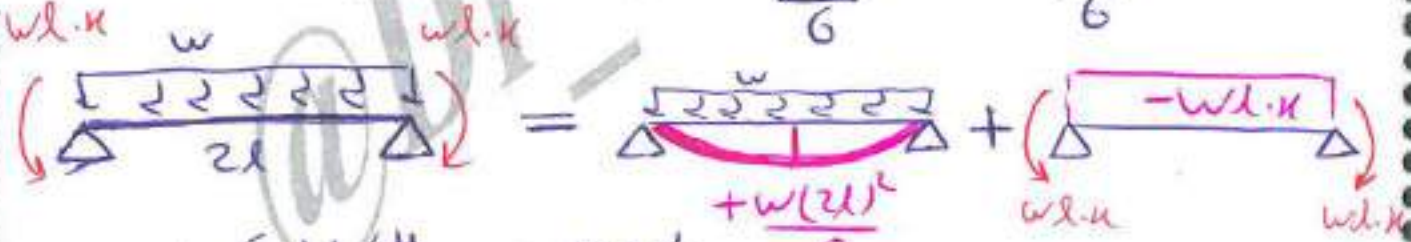
(51)



؟ = ارتفاع بحرانی

برای اینکه حداکثر تنش حداقل شود داریم:

$$|\sigma_{max}| = |\sigma_{max}| \Rightarrow \left|\frac{M^{+}_{max}}{\frac{(2a)^3}{6}}\right| = \left|\frac{M^{-}_{max}}{\frac{a^3}{6}}\right|$$



$$\Rightarrow \begin{cases} M^{(+)}_{max} = \frac{w(2l)^2}{8} - wl.K \\ M^{(-)}_{max} = -wl.K \end{cases}$$

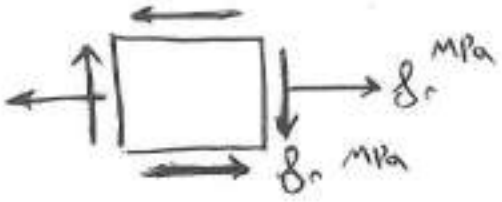
$$\Rightarrow \frac{wl^2/2 - wlK}{(2a)^3/6} = \frac{wl.K}{a^3/6} \Rightarrow wl^2/2 - wlK = 8wl.K$$

$$\Rightarrow wl^2/2 = 9wl.K \Rightarrow K = l/18$$

با توجه به پاسخ‌ها نظر طراح گزینه ۳ می‌باشد

سعت معیار شکست

(52)



$F.S = ?$

$\sigma_y = 240\ MPa$

طبق با رابطه فون مایس داریم:

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \times \sigma_2 = \left(\frac{\sigma_y}{F.S}\right)^2$$

ضریب اطمینان

$$\sigma_{1,2} = \sigma_{ave} \pm R \Rightarrow \sigma_{1,2} = \frac{80+0}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{80-0}{2}\right)^2 + 80^2}$$

$$\Rightarrow \sigma_{1,2} = 40(1 \pm \sqrt{5})\ MPa$$

$$\Rightarrow 40^2\left((1+\sqrt{5})^2 + (1-\sqrt{5})^2 - (1+\sqrt{5})(1-\sqrt{5})\right) = \frac{240^2}{F.S^2}$$

$$\Rightarrow 40^2 \times (1+5+1+5+4) = \frac{240^2}{F.S^2}$$

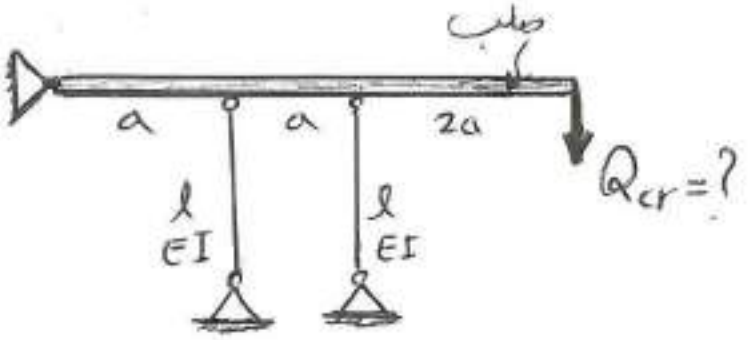
$$\Rightarrow F.S = \frac{240}{40 \times 4} \Rightarrow F.S = \frac{3}{2}$$

گزینه ۲

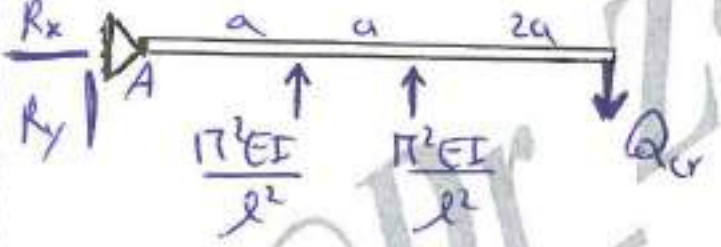
@Dr_Zarfam

صعبت بارگذاری کمانش

(53)



بارگذاری Q در حالتی است که هردو میله دوسرمفصل کمانش کرده و به بارگذاری خود یعنی $\frac{\pi^2 EI}{\ell^2}$ برسند بنابراین داریم:



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow Q_{cr} \times 4a = \left(\frac{\pi^2 EI}{\ell^2}\right) \times a + \left(\frac{\pi^2 EI}{\ell^2}\right) \times 2a$$

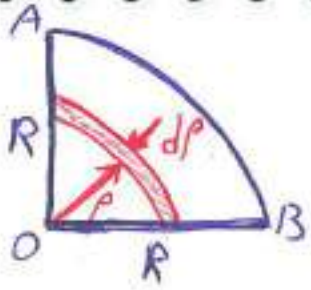
$$\Rightarrow Q_{cr} = \frac{3}{4}\frac{\pi^2 EI}{\ell^2}$$

گزینه ۲

@Dr_Zarfam

صفحه پیچش

(54)



$R^* = ?$ (فاصله برآیند تنش‌های روی دایره از مرکز)

نیروی اعمال شده به قسمت $\frac{1}{4}$ دایره برابر است با:

$$F_{OAB} = \int \tau dA = \int \tau \times \frac{\pi\rho}{2} \times d\rho = \int \frac{T\times\rho}{J} \times \frac{\pi\rho}{2} \times d\rho$$

$dA = \frac{\pi\rho}{2} \times d\rho$ ، $\tau = \frac{T\times\rho}{J}$

$$\Rightarrow F_{OAB} = \int_0^R \frac{\pi T}{2J} \times \rho^2 d\rho \Longrightarrow F_{OAB} = \frac{\pi T}{2J} \times \frac{R^3}{3}$$

از طرفی با توجه به اینکه $\frac{1}{4}$ از نیروی کل در مقطع دایره‌ای کامل، سهم ربع دایره‌ی ما شد لذا لنگر پیچشی قسمت ربع دایره نیز $\frac{1}{4}$ لنگر پیچشی کل بوده و داریم:

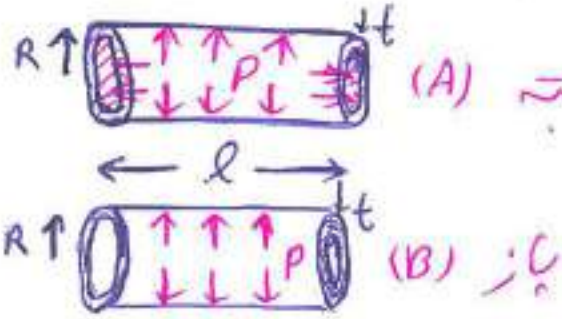
$$T/4 = F_{OAB} \times R^* \Rightarrow T/4 = \frac{\pi T \times R^3}{6J} \times R^*$$

$$\left(J = \frac{\pi R^4}{2}\right) \Longrightarrow R^* = 3/4\, R$$

گزینه ۴

(55)

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = ?$$



کرنش حجمی: $\varepsilon_V = \frac{1-2\nu}{E}(\sigma_l+\sigma_t+\sigma_\circ) = \frac{\Delta V}{V}$

$$\Rightarrow \frac{\Delta V_{(A)}}{\Delta V_{(B)}} = \frac{\varepsilon_V^{(A)}}{\varepsilon_V^{(B)}} = \frac{\sigma_l+\sigma_t}{\sigma_t}$$

تنش طولی: $\sigma_l = \frac{PR}{2t}$

تنش محیطی: $\sigma_t = \frac{PR}{t}$

$$\Rightarrow \frac{\Delta V_{(A)}}{\Delta V_{(B)}} = \frac{1/2+1}{1} = \frac{3}{2}$$ گزینه ۱

دقت شود که درانتهای مخزن (A) بسته می‌باشد و بین هیچگونه تکیه‌گاه صلبی قرار ندارد ولی درانتهای مخزن (B) باز بوده و در نتیجه در این مخزن $\sigma_l = 0$ می‌باشد

@Dr_Zarfam

پاسخ تشریحی سوالات
تحلیل سازه ها

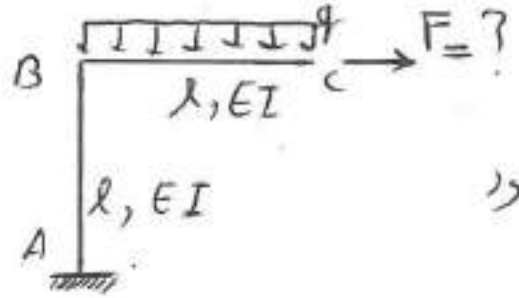
آزمون کارشناسی ارشد ۹۷

دکتر زرفام

@Dr_Zarfam

مبحث انرژی و روابط حفظ

(56)



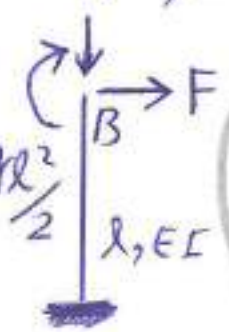
انرژی سازه حداقل شود

مفهوم ریاضی (Min): $\frac{\partial U}{\partial F}=0$

قضیه دوم کاستیلیانو: $\frac{\partial U}{\partial F}=\delta_{HC}$

$\Rightarrow \delta_{HC}=0 \Rightarrow \delta_{HB}=0$

بعد از حذف قسمت BC و انتقال بارهای آن به گره B داریم:



روابط حفظ

دورانی (۱) — انتقالی (۲)

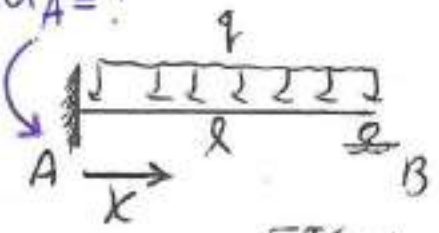
$\delta_{HB}=0 \Rightarrow \frac{F\times l^3}{3EI}-\frac{(ql^2/2)\times l^2}{2EI}=0$

$\Rightarrow F=\frac{3}{4}ql$ گزینه ۲

البته جهت نیروی F باید به سمت چپ باشد

57

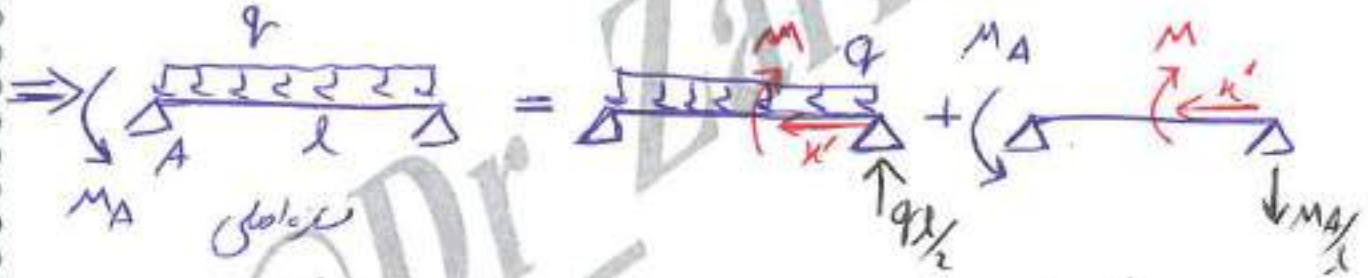
$M_A = ?$



$$EI(x) = EI_0\left(1 - x/l\right)^2$$

$$EI(x') = EI_0\left(x'/l\right)^2$$

$$0 \ll x' \leq l$$



$$\Rightarrow M(x') = ql/2\, x' - q x'^2/2 - M_A/l\, x'$$

$$\Rightarrow m(x') = -\frac{1}{l}x'$$

سازگاری

$$\boxed{\theta_A = 0} \xrightarrow{\text{کارمجازی}} 1 \times \theta_A = \int_0^l \frac{M(x')\,m(x')\,dx'}{EI(x')} = 0$$

$$\Rightarrow \int_0^l \frac{-q x'^2/2 + q x'^3/2l + M_A x'^2/l^2}{EI_0\left(x'/l\right)^2}\,dx' = 0 \Rightarrow \int_0^l \left(-\frac{ql^2}{2} + \frac{qlx'}{2} + M_A\right)dx' = 0$$

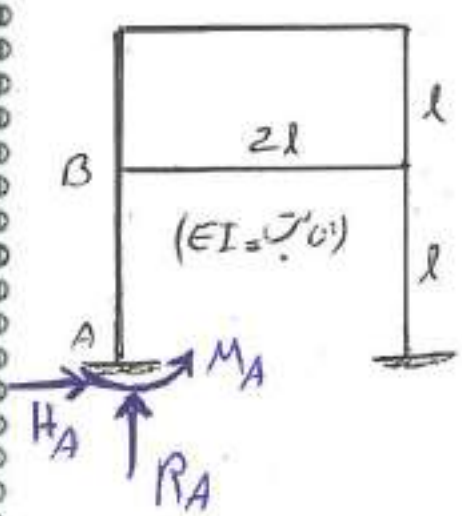
$$\Rightarrow -ql^3/2 + ql^3/4 + M_A \cdot l = 0$$

$$\Rightarrow M_A = ql^2/4$$

گزینه ۲

سعی کار مجازی

58



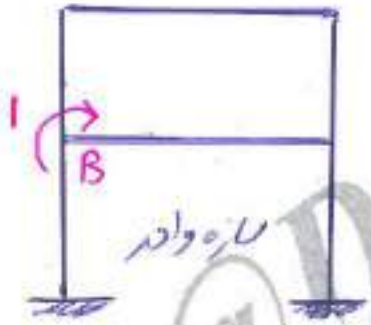
$\theta_B = ?$

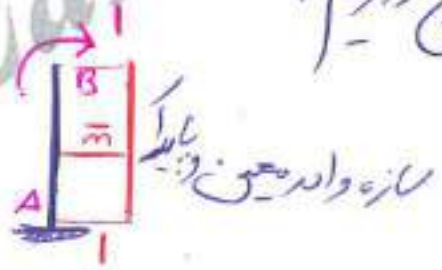
$R_A = \frac{3}{2} H_A$

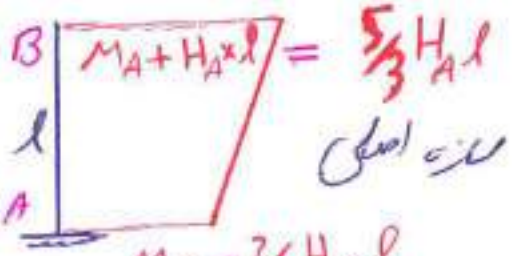
$M_A = \frac{2}{3} H_A \cdot l$

با استفاده از روش کار مجازی

و نکته مغز خرد داریم:







$1 \times \theta_B = \frac{A_M}{EI} \cdot \bar{m}$

$\Rightarrow \theta_B = \frac{\frac{2}{3} H_A l + \frac{5}{3} H_A l}{2(EI)} \times l \times 1$ ($\bar{m}$)

$\Rightarrow \theta_B = \frac{7}{6} \frac{H_A \cdot l^2}{EI}$

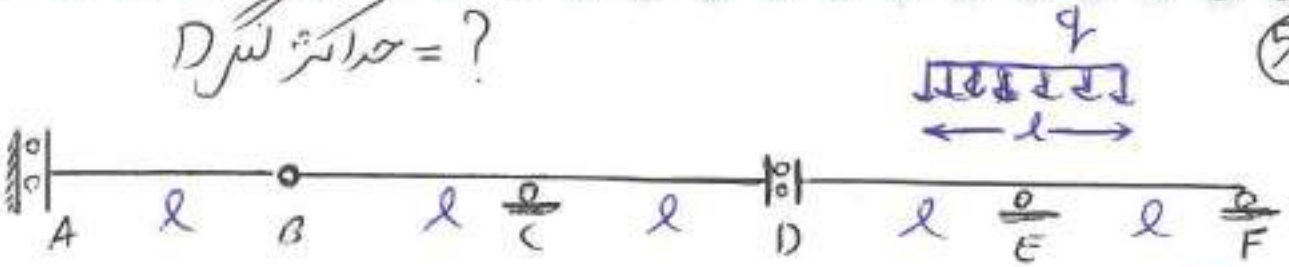
گزینه ۳

@Dr_Zarfam

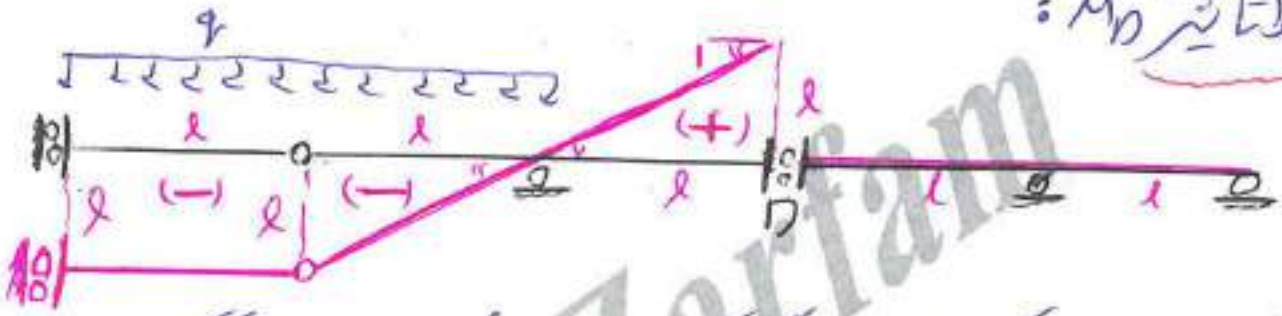
صعبت خط تاثیر

(59)

حداکثر لنگر D = ؟



خط تاثیر M_D :



با توجه به صورت سوال که بیان شده اگر یک یا چند دهانه تیر تحت بارگسترده ... و حداکثر لنگر در محل مفصل برشی برابر است با:

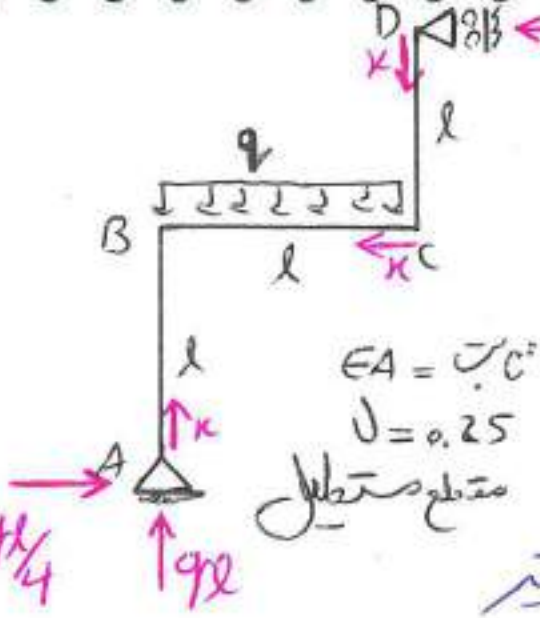
$$M_D^{max} = \left[\frac{2l+l}{2} \times l\right] \times q = \frac{3}{2} q l^2$$

گزینه ۴

@Dr_Zarfam

سمت انرژی

(60)



EA = ثابت
$\nu = 0.25$
مقطع مستطیل

انرژی تغییر شکل برشی $U_{\text{برشی}} = ?$

سازه معین می باشد و لذا عکس العمل ها همگی به راحتی از استاتیک به دست می آیند و ملاحظه می شود که برش ستون ها برابر با $ql/4$ و برش تیر برابر است با:

$$V(x) = qx$$

$$U_{\text{برشی}} = \sum \int f_s \frac{V(x)^2\, dx}{2GA}$$

$$\Rightarrow U_{\text{برشی}} = 2\times \int_0^l \frac{f_s\,(ql/4)^2\, dx}{2GA} + \int_0^l \frac{f_s\,(qx)^2\, dx}{2GA}$$

$$\Rightarrow U_{\text{برشی}} = \frac{q^2 l^3}{16GA}\times f_s + \frac{q^2 l^3}{6GA}\times f_s$$

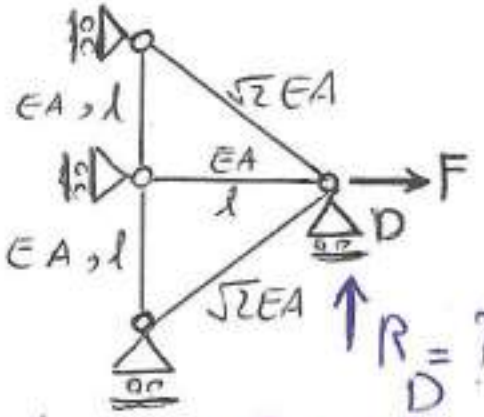
مقطع مستطیل $f_s = 1.2 = \frac{6}{5}$ $\Rightarrow$ $U_{\text{برشی}} = \frac{11}{40}\frac{q^2 l^3}{GA}$

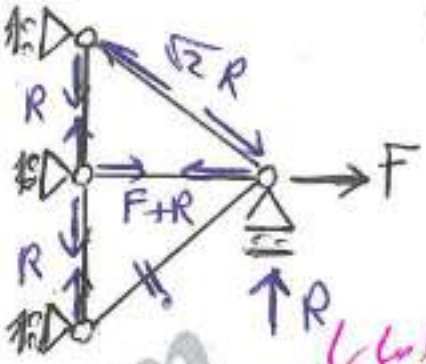
مدول برشی $G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{E}{2(1+0.25)} = \frac{2}{5}E$ $\Rightarrow$ $U_{\text{برشی}} = \frac{11}{16}\frac{q^2 l^3}{EA}$

گزینه ۲

@Dr_Zarfam

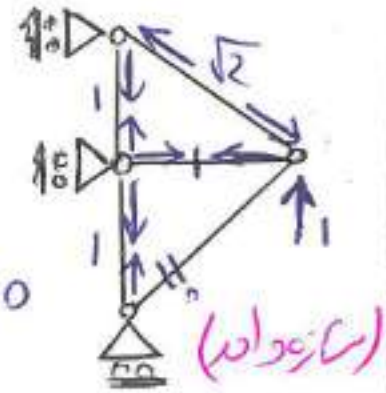
(61)





(سازه اصلی)

سازگاری $\Delta_{VD}=0$ ⟹ کارمجازی $1\times\Delta_{VD}=\sum\frac{nN\cdot l}{EA}$



(سازه واحد)

$$\Rightarrow \frac{(1)(R)\times l}{EA}\times 2+\frac{(1)(F+R)\times l}{EA}+\frac{(\sqrt{2})(\sqrt{2}R)l\sqrt{2}}{\sqrt{2}EA}=0$$

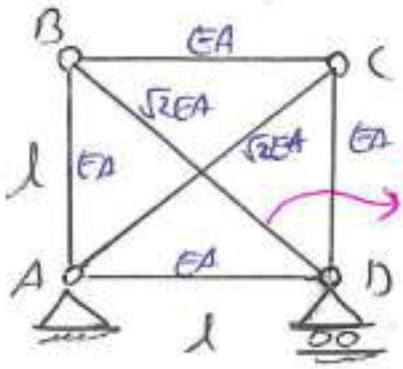
$$\Rightarrow 5R+F=0 \Rightarrow |R|=F/5$$

گزینه ۱

@Dr_Zarfam

مبحث سازگاری و کارمجازی

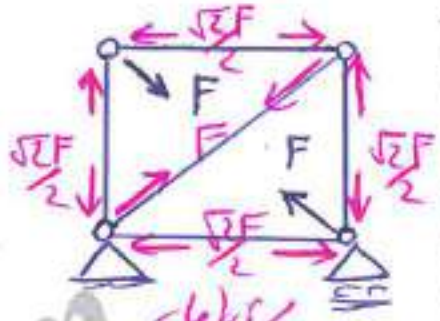
(62)

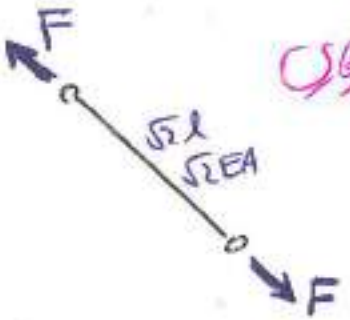


$EA = 10^3$ ton

کوتاه شدگی 0.02l

$F_{BD} = ?$





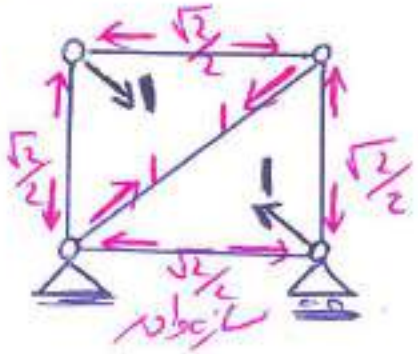
سازگاری: $\Delta_{BD\ \text{حل}} = \Delta^{\text{فرضی}}_{B,D}$

$$\Delta_{BD\ \text{حل}} = 0.02l - \frac{F \times l\sqrt{2}}{\sqrt{2}EA}$$

کارمجازی $1 \times \Delta^{\text{فرضی}}_{B,D} = \sum n \frac{N.l}{EA}$

$$1 \times \Delta_{B,D} = \frac{(\frac{\sqrt{2}}{2})(\frac{\sqrt{2}F}{2})l}{EA} \times 4 + \frac{(1)(F)(\sqrt{2}l)}{\sqrt{2}EA}$$

$$= 3\frac{Fl}{EA}$$



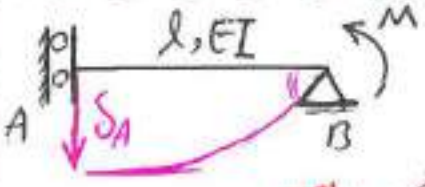
$$\Rightarrow 0.02l - \frac{Fl}{EA} = 3\frac{Fl}{EA} \Rightarrow F = 5\ \text{ton}$$

$(EA = 10^3\ \text{ton})$

گزینه 1

سمت راست تعادلی / درجه نامعینی تغییر شکل

(63)



(به سمت پایین)

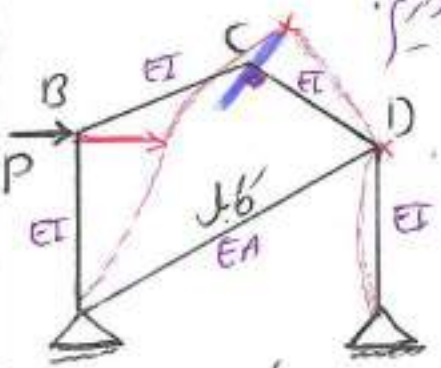
$$\delta_A = \frac{M \times l^2}{2EI}$$ رابطه ۱۲

گزینه ۳

مطابق با روابط حفظی داریم:

(64)

برای محاسبه درجه نامعینی استاتیکی سازه کابل را حذف کرده و داریم:

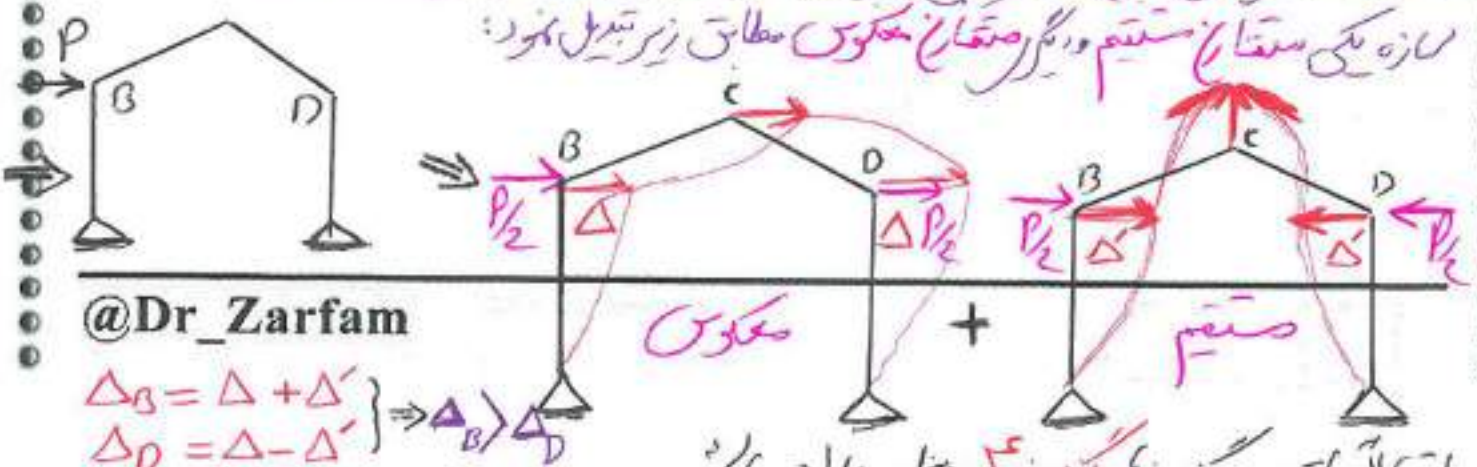


$$n_s = 3k + r - (c + 3) + 1 = 2$$

کابل ← 1 ، صلب ← 4 ، کامل

برای به سر آوردن (حرکت گره) رو به بالا یا پایین (حرکت نمود که گره‌های B و D (فقط جابجایی افقی دارند زیرا از تغییر طول عمودی ستون‌ها صرفنظر شده و طرفین با توجه به وجود کابل بصورت مهاربند که به گره D متصل شده و همچنین به دلیل عمل اعمال بار P به گره B لذا تغییر مکان افقی این گره (B) به مراتب بزرگتر از گره D می‌باشد بطوریکه اگر در حالت حدی تغییر مکان (D را صفر در نظر بگیریم، گره) در عضو (D) می‌بایست نمود پیدا جابجا شود تا این عضو تغییر طول محوری نداشته باشد و با توجه به اینکه گره B به سمت راست حرکت می‌کند لذا مطابق با شکل شماتیک فوق) بالا می‌رود

دقت شود که اگر کابل بصورت مهار جانبی وجود نداشته باشد بارگذاری سازه هیچ تعارضی ندارد ولی می‌توان به دو سازه یکی منتاظر مستقیم و دیگری منتاظر معکوس مطابق زیر تبدیل نمود:



@Dr_Zarfam

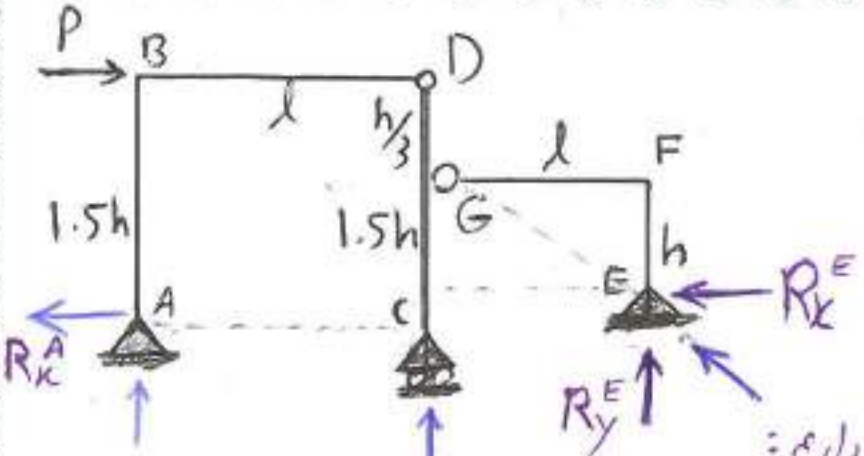
$$\Delta_B = \Delta + \Delta' \\ \Delta_D = \Delta - \Delta' \Rightarrow \Delta_B > \Delta_D$$

احتمالاً با توجه به گزینه‌ها گزینه ۴ منظور طراح می‌باشد

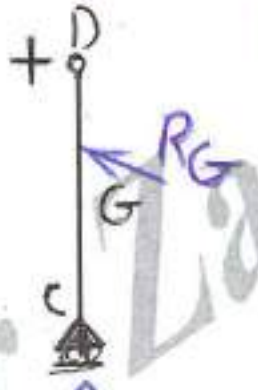
صعبت الستاتیک

(65)

$R_{xA}=?$
$R_{xE}=?$



با معادل سازی قسمت GFE داریم:



$\sum M_D=0 \Rightarrow R_G=0$

$R_y^E=R_x^E=0$ ⟸

حال با نوشتن معادله تعادل در راستای افق برای کل قاب داریم:

کل قاب

$\sum F_x=0 \Longrightarrow R_{xA}=P$ گزینه ۴

به نام خدا

عرض سلام و خسته نباشید خدمت تمام دانشطلبان عزیز؛

بدین وسیله از اینکه دست خط اینجانب برای نوشتن روی "تخته" ساخته شده است

و نه کاغذ پوزش می طلبم!

با احترام

پیمان زرفام

۹۷/۲/۸