پاسخ تشریحی تحلیل و مقاومت

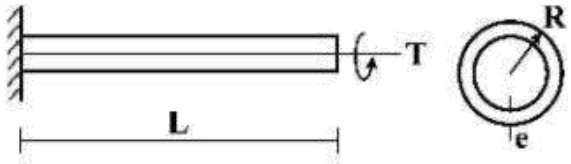
دکتری ۹۹

دکتر زرفـــام

@Dr_Zarfam

سوال ۱)

تیر طره‌ای به طول L با مقطع لوله‌ای شکل به شعاع R و ضخامت جدار e تحت اثر لنگر پیچشی T در انتهای تیر قرار دارد. تنش برشی و آهنگ دوران $(\frac{d\phi}{dx})$ مقطع به‌ترتیب کدام است؟



۱) $\frac{T}{2\pi GR^2e}, \frac{T}{2\pi R^2e}$

۲) $\frac{3T}{2\pi GRe^2}, \frac{T}{2\pi R^2e}$

۳) $\frac{3T}{2\pi GRe^2}, \frac{3T}{2\pi Re^2}$

۴) $\frac{T}{2\pi GR^2e}, \frac{3T}{2\pi GRe^2}$

پاسخ سوال ۱) گزینه ۱ (ساده)

مطابق با روابط موجود در پیچش در مقاطع جدار نازک داریم :

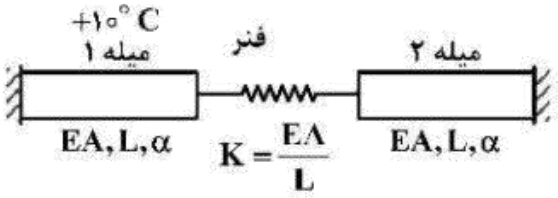
$$\tau = \frac{T}{2A_m t} = \frac{T}{2 \times \pi R^2 \times e}$$

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{T}{GJ} = \frac{T}{G(2\pi R^3 \times e)}$$

@Dr_Zarfam

سوال ۲)

در سیستم میله‌های زیر میله ۱ به اندازه $+۱۰^{\circ}C$ افزایش دما داده می‌شود. نیروی میله ۲ کدام است؟ (α: ضریب انبساط حرارتی میله‌ها)



۱) صفر

۲) $-۱۰\alpha EA$

۳) $\frac{-۱۰\alpha EA}{۳}$

۴) $-\frac{۲۰\alpha EA}{۳}$

پاسخ سوال ۲) **گزینه ۳ (متوسط)**

با توجه به قوانین سازگاری جبری در سازه های دو طرف بسته خواهیم داشت :

$$\Delta_{AB} + \Delta_{BC} + \Delta_{CD} = ۰$$

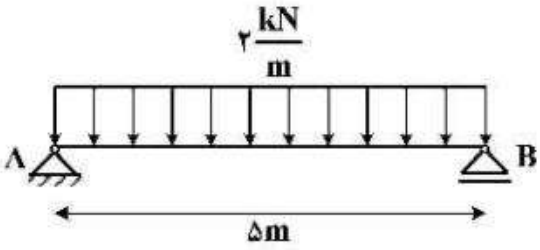
$$\frac{-R \times L}{EA} + ۱۰\alpha L + \frac{-R}{\frac{EA}{L}} + \frac{-R \times L}{EA} = ۰$$

$$\Longrightarrow R = \frac{۱۰}{۳}\alpha EA \quad \text{فشاری}$$

@Dr_Zarfam

سوال ۳)

تیر AB به طول ۵m تحت بار گسترده یکنواخت $۲\frac{kN}{m}$ قرار دارد. این تیر از اتصال دو تیر با سطح مقطع نیم‌دایره‌ای به شعاع r تشکیل شده است. اگر برای اتصال دو قطعه نیم دایره‌ای از پیچ‌هایی به قطر ۱۰mm و با تنش برشی مجاز ۵۰MPa استفاده شده باشد، فاصله مورد نیاز بین پیچ‌ها در طول تیر چقدر است؟



سطح مقطع تیر

۱) $\frac{۲۰۰}{۳\pi r}$

۲) $\frac{۴۰۰}{۳\pi r}$

۳) $\frac{۶۰۰}{۳\pi r}$

۴) $\frac{۸۰۰}{۳\pi r}$

پاسخ سوال ۳) **گزینه ؟** **(متوسط)**

$$V_{max} = ۵kN$$

$$\frac{VQ}{I} \times e \leq \tau_{all} \times A \Longrightarrow \frac{۵ \times \frac{\pi r^۲}{۲} \times \frac{۴r}{۳\pi}}{\frac{\pi r^۴}{۴}} \times e \times \frac{۱}{۲} \leq ۵۰ \times ۱۰^{-۳} \times \pi r^۲$$

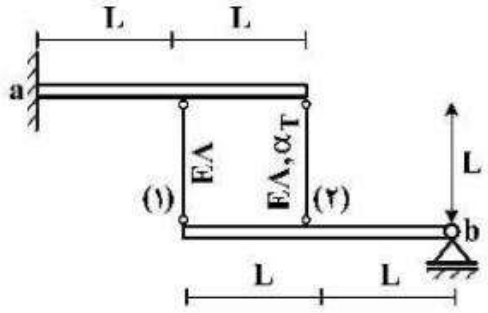
$$e \leq \frac{۰.۳۷۵}{۲} \pi^۲ r$$

که متاسفانه جواب در گزینه‌ها نیست.

که احتمالا نظر طراح بر این بوده که سطح مقطع هر پیچ $۱۰ mm^۲$ است که در این صورت بدون توجه به دیمانسیون ابعادی، به نظر می‌رسد گزینه ۲ مورد نظر طراح بوده است.

سوال ۴)

دو تیر صلب، مطابق شکل توسط دو میلهٔ الاستیک با مشخصات E ، A و α_T به‌هم متصل هستند. تیر فوقانی در تکیه‌گاه a به‌صورت گیردار و تیر تحتانی در تکیه‌گاه b به‌صورت مفصلی هستند. میلهٔ شمارهٔ (۲) به مقدار ΔT گرم می‌شود. نیروی داخلی میلهٔ شمارهٔ (۱) کدام است؟ (α_T : ضریب انبساط حرارتی)



۱) $-\frac{۲}{۳}EA\alpha_T\Delta T$

۲) $-\frac{۲}{۵}EA\alpha_T\Delta T$

۳) $\frac{۲}{۳}EA\alpha_T\Delta T$

۴) $\frac{۲}{۵}EA\alpha_T\Delta T$

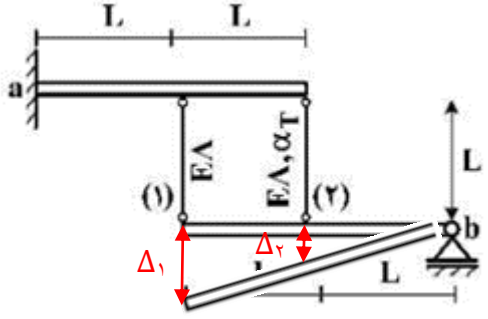
پاسخ سوال ۴) **گزینه ۴** **(متوسط)**

اگر نیروی میله ۲ را F و از نوع فشاری و نیروی میله ۱ را $F_۱$ فرض کنیم در این صورت داریم :

$$\sum M = o \Rightarrow F_۱ \times ۲a = F \times a \Rightarrow F_۱ = \frac{F}{۲}$$

که در این حالت مقدار $F_۱$ کششی به دست می‌آید

$$\Delta_۱ = ۲\Delta_۲ \Rightarrow \frac{\left(\frac{F}{۲}\right) \times L}{EA} = ۲\left(\alpha\Delta TL - \frac{FL}{EA}\right)$$

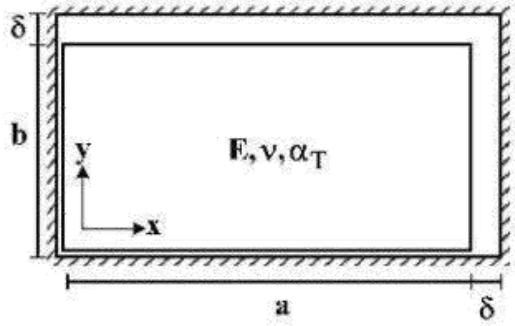


$$\Rightarrow F_۱ = +\frac{۲}{۵}\alpha\Delta TEA$$

سوال ۵)

یک المان مستطیلی با ابعاد $a\times b$ که $a>b$ است در داخل یک محفظهٔ صلب کمی بزرگ‌تر به شکل مستطیل با ابعاد $(a+\delta)\times(b+\delta)$ قرار داده شده است $(\delta \ll b)$. المان مستطیلی گرم می‌شود، در لحظهٔ بسته شدن شکاف فوقانی، تنش تماسی σ_x کدام است؟ (E: مدول الاستیسیته، α_T: ضریب انبساط حرارتی، υ: ضریب پواسون)

توجه: تمام سطوح کاملاً صیقلی و بدون اصطکاک هستند.



۱) 0

۲) $-\frac{E}{(1+\nu)}\times\frac{\delta(a-b)}{ab}$

۳) $E\left(\frac{\delta(b+a\nu)}{(1-\nu^2)ab}-\frac{\alpha_T\Delta T}{1-\nu}\right)$

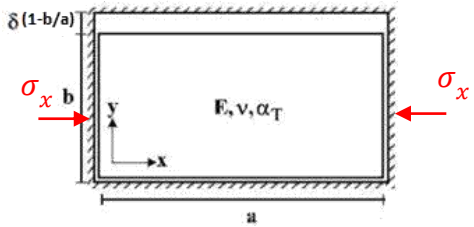
۴) $E\left(\frac{\delta(a+b\nu)}{(1-\nu^2)ab}-\frac{\alpha_T\Delta T}{1-\nu}\right)$

پاسخ سوال ۵) **گزینه ۲ (دشوار)**

$$\varepsilon_x=\frac{1}{E}(\sigma_x-\vartheta\sigma_y)+\alpha\Delta T=0\Longrightarrow\ \sigma_x=-E\alpha\Delta T$$

$$\varepsilon_y=\frac{1}{E}(\sigma_x-\vartheta\sigma_y)+\alpha\Delta T\Longrightarrow\varepsilon_y=(1+\vartheta)\alpha\Delta T\Longrightarrow\ \sigma_x=-\frac{E\varepsilon_y}{1+\vartheta}$$

$$\varepsilon_y=\frac{\delta(1-\frac{b}{a})}{b}$$



با جایگذاری ε_y در معادله قبل خواهیم داشت: $\sigma_x=-\frac{E}{1+\vartheta}.\frac{\delta\left(1-\frac{b}{a}\right)}{b}=-\frac{E}{1+\vartheta}.\frac{\delta(a-b)}{ab}$ گزینه ۲

✸ با توجه به این موضوع که در صورت سوال مقدار تنش دقیقا در لحظه بسته شدن شکاف را می‌خواهد ، اگر ورق مربعی باشد دقیقا در لحظه بسته شدن شکاف فوقانی با توجه به برابر بودن اضلاع هیچ تنشی در اعضا ایجاد نمی‌گردد. اما با توجه به اینکه ورق مستطیلی است و ضلع a بزرگتر از ضلع b است لذا در این ورق در راستای x تنش ایجاد می‌شود

با توجه به گزینه تنها حالتی که $a=b\Longrightarrow\sigma_x=0$، گزینه ۲ است. و بدون حل عددی می‌توان به پاسخ رسید.

@Dr_Zarfam

سوال ۶)

درخصوص معیار ترسکا و معیار فون میسز کدام گزینه صحیح است؟

۱) معیار ترسکا بر مبنای تنش برشی ماکزیمم و معیار فون‌میسز بر مبنای تنش برشی اکتاهدرال است.

۲) معیار ترسکا برای مصالح فلزی و معیار فون‌میسز برای مصالح ترد به‌کار می‌رود.

۳) برخلاف معیار فون‌میسز، معیار ترسکا اثر فشار هیدروستاتیک را در نظر می‌گیرد.

۴) تفاوتی ندارند.

پاسخ سوال ۶) **گزینه ۱** **(متوسط)**

معیار ترسکا و فون میسز برای مصالح نرم مثل فولاد به کار می‌رود

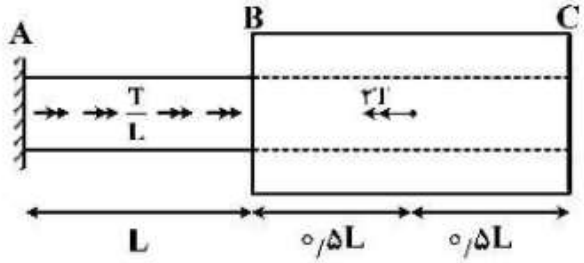
بر اساس معیار ترسکا تسلیم در یک نقطه زمانی شروع می‌شود که حداکثر تنش برشی موجود درآن برابر تنش برشی نمونه آزمایش کشش ساده در لحظه تسلیم گردد و در معیار ترسکا فشار هیدرواستاتیک روی تنش تسلیم تاثیر ندارد

معیار فون میسز بر اساس انرژی کرنشی حداکثر در تغییر شکل برشی تعریف می‌گردد.

@Dr_Zarfam

سوال ۷)

میلهٔ AB به قطر d و ثابت پیچش J_0 و میله BC با قطر داخلی d و قطر خارجی ۲d و ثابت پیچش $15J_0$ در نقطه B به‌هم متصل شده‌اند. میله AB تحت لنگر پیچشی گسترده $\frac{T}{L}(\frac{N.m}{m})$ و میله BC تحت لنگر متمرکز $2T$ در نقطهٔ D می‌باشد. اگر مدول برشی میله‌ها برابر باشد، زاویه پیچش C کدام است؟



۱) $\frac{47}{30}\frac{TL}{GJ_0}$

۲) $\frac{43}{30}\frac{TL}{GJ_0}$

۳) $\frac{16}{15}\frac{TL}{GJ_0}$

۴) $\frac{14}{16}\frac{TL}{GJ_0}$

پاسخ سوال ۷) **گزینه ۱ (ساده)**

محل اثر بار $2T$ را O و محل متمرکز شده T/L (وسط میله AB) را O' می‌نامیم بنا بر این داریم:

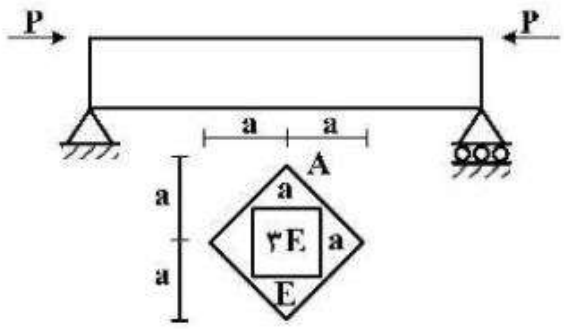
$$\varphi_C = \varphi_{CO} + \varphi_{OB} + \varphi_{BO'} + \varphi_{O'A}$$

$$\varphi_C = 0 + \frac{(-2T)\times\left(\frac{L}{2}\right)}{G\times 15J} + \frac{(-2T)\times\left(\frac{L}{2}\right)}{G\times J} + \frac{(-T)\times\left(\frac{L}{2}\right)}{G\times J}$$

$$\Rightarrow |\varphi_C| = \frac{47}{30}\frac{TL}{GJ}$$

سوال ۸)

حداکثر تنش عمودی در تیر با مقطع غیرهمگن داده شده کدام است؟ (محل اعمال بار در نقطه A از مقطع می‌باشد)



۱) $\frac{۵}{۲}\frac{P}{a^۲}$

۲) $\frac{۵}{۴}\frac{P}{a^۲}$

۳) $\frac{۱۵}{۲}\frac{P}{a^۲}$

۴) $\frac{۱۵}{۴}\frac{P}{a^۲}$

پاسخ سوال ۸) گزینه ۴ (دشوار)

مقطع داده شده دو جنسی است که می‌باست برای محاسبات مقطع با مدول الاستیسته $۳E$ تبدیل به مقطع با مدول الاستیسته E شود و در این صورت مقدار A و I به صورت معادل بوده و تنش عمودی حداکثر برابر خواهد بود با :

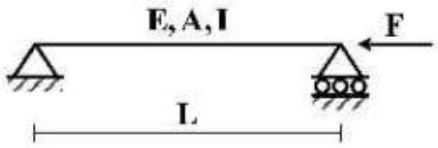
$$\sigma_{max} = \frac{P}{A_{eg}} \times n + \frac{My}{I_{eg}} \times n$$

$$= \frac{P}{(\sqrt{۲}a)^۲ - a^۲ + ۳a^۲} \times ۳ + \frac{Pa \times \frac{a}{۲}}{\frac{(۲a)(۲a)^۳}{۴۸} - \left(\frac{a^۴}{۱۲}\right) + (۳a \times \frac{a^۳}{۱۲})} \times ۳$$

$$\Longrightarrow \sigma_{max} = \frac{۱۵}{۴}\frac{p}{a^۲}$$

سوال ۹)

تیر ساده‌ای به‌طول L، سطح مقطع A، لنگر دوم سطح I و مدول الاستیسیته E مطابق شکل تحت اثر نیروی محوری F قرار گرفته است. منحنی الاستیک تیر (y) از کدام‌یک از معادلات زیر به‌دست می‌آید؟



۱) $EIy'' = 0$

۲) $EIy'' = -Fy$

۳) $EIy'' - Fy = 0$

۴) $EIy'' = \frac{FL}{4}$

پاسخ سوال ۹) **گزینه ۲ (متوسط)**

معادله دیفرانسیل کمانش برای تیر دو سر مفصل برابر است با :

$$EIy'' = M$$

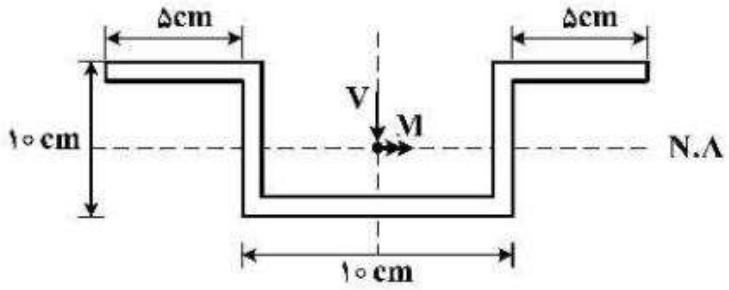
$$M = -Fy$$

$$EIy'' - M = 0 \Longrightarrow EIy'' + Fy = 0$$

@Dr_Zarfam

سوال ۱۰)

در مقطع زیر نسبت تنش خمشی حداکثر به تنش برشی حداکثر برحسب M و V که به‌ترتیب لنگر و برش وارد بر مقطع می‌باشد، چقدر است؟ (کلیه ضخامت‌ها ۱cm است) $\frac{\sigma_{max}}{\tau_{max}} = ?$



۱) $\frac{۵}{۳۱}\frac{M}{V}$

۲) $\frac{۵}{۶۱}\frac{M}{V}$

۳) $\frac{۱۰}{۳۱}\frac{M}{V}$

۴) $\frac{۱۰}{۶۱}\frac{M}{V}$

پاسخ سوال ۱۰) **گزینه ۴ (متوسط)**

ابتدا می‌بایست مرکز سطح را محاسبه نموده تا مقادیر تنش عمودی و برشی ناشی از آنها به دست آید :

$$\bar{y} = \frac{\left((۱۲ \times ۱ \times ۹.۵) + (۱۰ \times ۱) \times \frac{۱}{۲}\right) + (۸ \times ۱) \times ۵ \times ۲}{۱۲ + ۱۰ + ۸ \times ۱ \times ۲} = \frac{۱۹۹}{۳۸} = ۵.۲۴cm$$

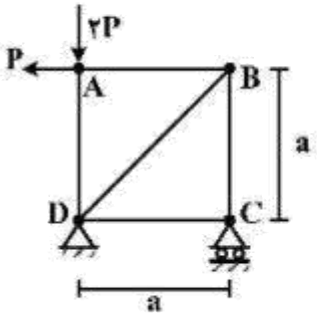
$$\frac{\sigma_{max}}{\tau_{max}} = \frac{\frac{M \times C}{I}}{\frac{V \times Q}{I \times t}} = \frac{c \times t}{Q_{max}} \times \frac{M}{V} = \frac{۵.۲۴ \times ۱}{۵ \times ۱ \times (۹.۵ - ۵.۲۴) + \frac{(۱۰ - ۵.۲۴)^۲}{۲} (= ۳۲.۶۶)} \simeq \frac{۵}{۳۱}\frac{M}{V}$$

در این صورت گزینه ۱ صحیح است اما احتمالا نظر طراح این بوده که $۵cm$ تا انتهای گوشه در قسمت فوقانی مقطع قرار گیرد که در این صورت تار خنثی در وسط مقطع قرار گرفته و پاسخ $۱۰/۶۱ M/V$ و گزینه ۴ خواهد شد.

$$\frac{\sigma_{max}}{\tau_{max}} = \frac{\frac{M \times C}{I}}{\frac{V \times Q}{I \times t}} = \frac{c \times t}{Q_{max}} \times \frac{M}{V} = \frac{۵ \times ۱}{۴ \times ۱ \times (۴.۵) + ۵ \times ۱ \times \frac{۵}{۲}} = \frac{۱۰}{۶۱}\frac{M}{V}$$

سوال ۱۱)

در خرپای نشان داده شده در شکل، با فرض یکسان بودن جنس و مقطع کلیه عضوها، میزان دوران عضو AB کدام است؟ (EA صلبیت محوری اعضا)



۱) $\frac{P}{EA}$

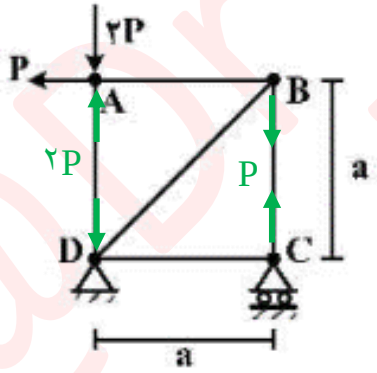
۲) $\frac{P\sqrt{۲}}{EA}$

۳) $\frac{۲P}{EA}$

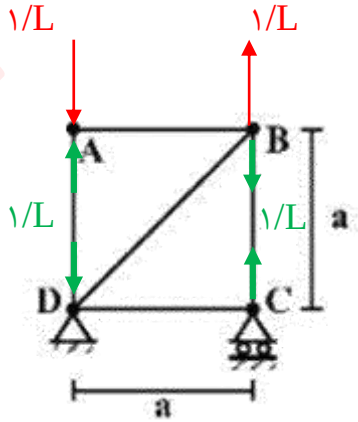
۴) $\frac{۳P}{EA}$

پاسخ سوال ۱۱) **گزینه ۴ (ساده)**

مطابق با روش کار مجازی خواهیم داشت :



سازه اصلی



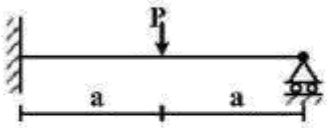
سازه واحد

$$۱ \times \theta_{A,B} = \frac{\left(۲P \times \frac{۱}{L}\right) \times \frac{L}{۲} + \left(P \times \frac{۱}{L}\right) \times \frac{L}{۲}}{EA} = \frac{۳P}{EA}$$

@Dr_Zarfam

سوال ۱۲)

برای تحلیل تیر نامعین زیر به روش نرمی، با فرض وجود یک اتصال مفصلی در نقطه محل اثر بار متمرکز، سازه اولیه مورد نیاز را می‌سازیم. ضریب نرمی مربوط به این سازه اولیه کدام است؟ (صلبیت خمشی تیر = EI)



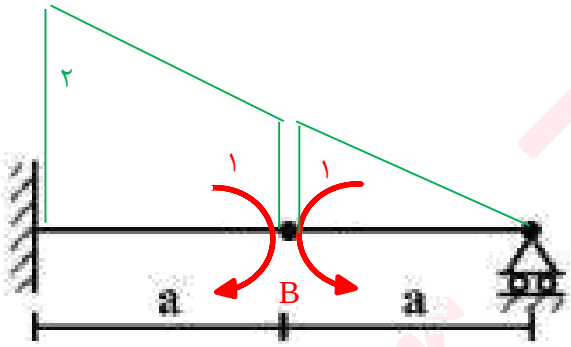
۱) $\frac{a}{EI}$

۲) $\frac{a^3}{3EI}$

۳) $\frac{4a}{3EI}$

۴) $\frac{8a^3}{3EI}$

پاسخ سوال ۱۲) گزینه ؟ (دشوار) ⟸ گزینه ۳



برای محاسبه ماتریس نرمی سازه اولیه داریم :

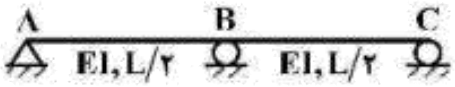
$$۱ \times \Delta\theta_B = \frac{۲ \times ۲a}{۲EI} \times \frac{۲}{۳} \times ۲ = \frac{۸}{۳}\frac{a}{EI}$$

که به نظر می‌رسد منظور طراح به جای طول a ، $a/۲$ بوده و در نتیجه گزینه ۳ احتمالا منظور طراح می‌باشد.

@Dr_Zarfam

سوال ۱۳)

در سازه نشان داده شده درصورتی‌که تکیه‌گاه C به اندازه Δ و تکیه‌گاه B به اندازه $۱/۲۵\Delta$ نشست داشته باشند. عکس‌العمل تکیه‌گاهی B کدام است؟



۱) $\frac{۷۲EI\Delta}{L^۳}$

۲) $\frac{۳۶EI\Delta}{L^۳}$

۳) $\frac{۱۸EI\Delta}{L^۲}$

۴) $\frac{۹EI\Delta}{L^۳}$

پاسخ سوال ۱۳) **گزینه ۲ (دشوار)**

با نوشتن تعادل لنگر در گره B و استفاده از روابط شیب افت در تیر های نشست دار داریم :

$$M_{AB} + M_{BC} = ۰$$

$$\frac{۳EI}{\frac{L}{۲}}\left(\theta_B - \frac{۱.۲۵\delta}{\frac{L}{۲}}\right) + \frac{۳EI}{\frac{L}{۲}}\left(\theta_B - \frac{-۰.۲۵\delta}{\frac{L}{۲}}\right) = ۰$$

$$\Rightarrow \theta_B = \frac{\delta}{L}$$

$$\Rightarrow M_B = ۹EI\delta/L^۲$$

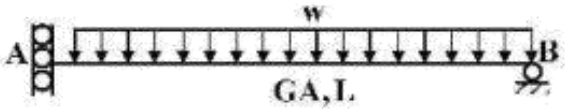
$$R_B = V_{LB} + V_{RB} = \frac{M_B}{\frac{L}{۲}} + \frac{M_B}{\frac{L}{۲}}$$

$$\Rightarrow R_B = \frac{۳۶EI\delta}{L^۳}$$

@Dr_Zarfam

سوال ۱۴)

در تیر شکل زیر که مقطع آن به‌صورت I شکل است، تغییر مکان قائم تکیه‌گاه A تحت اثر تغییر شکل‌های برشی کدام است؟ $(\alpha_s = 1)$



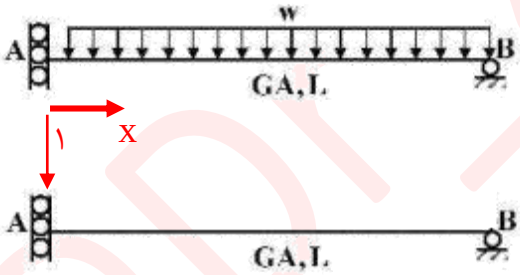
۱) صفر

۲) $\frac{wL^2}{GA}$

۳) $\frac{wL^2}{2GA}$

۴) $\frac{wL^2}{4GA}$

پاسخ سوال ۱۴) **گزینه ۳** **(متوسط)**



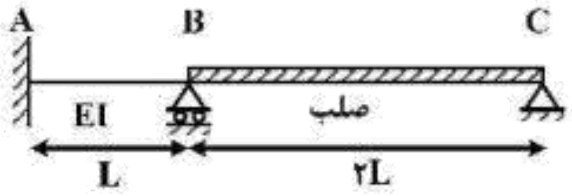
مطابق با روش کار مجازی خواهیم داشت :

$$۱ \times \delta_A = \int_0^L \alpha_S \frac{V(x) \times v(x)}{GA} dx = \int_0^L ۱ \times \frac{wx \times ۱}{GA} dx = \frac{wL^2}{2GA}$$

@Dr_Zarfam

سوال ۱۵)

لنگر تکیه‌گاه A در اثر نشست تکیه‌گاه B به اندازهٔ δ چقدر است؟



۱) $\frac{۷EI\delta}{L^۲}$

۲) $\frac{۵EI\delta}{L^۲}$

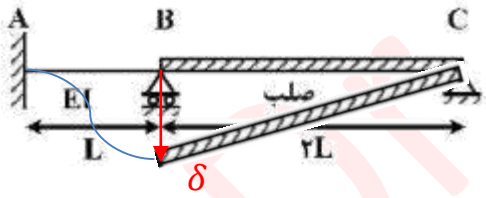
۳) $\frac{۳EI\delta}{L^۲}$

۴) $\frac{EI\delta}{L^۲}$

پاسخ سوال ۱۵) **گزینه ۱** **(متوسط)**

مطابق با رابطه شیب افت برای تیر های نشست دار داریم :

دقت شود که دوران گره B در خلاف جهت ساعت بوده و باید با علامت منفی وارد معادله گردد.

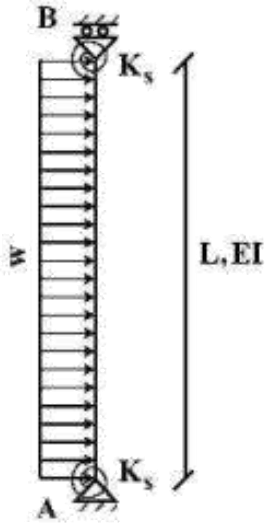


$$M_A = M_{AB} = \frac{۲EI}{L}\left(۲\theta_A + \theta_B - \frac{۳\delta}{L}\right) = \frac{۲EI}{L}\left(۰ - \frac{\delta}{۲L} - \frac{۳\delta}{L}\right) = \frac{۷EI\delta}{L^۲}$$

توجه شود در صورتی که به اشتباه چرخش B مثبت فرض شود پاسخ گزینه ۲ است که غلط می‌باشد.

سوال ۱۶)

تغییر مکان جانبی تکیه‌گاه B چقدر است؟ $(K_s=\frac{2EI}{L})$



۱) $\frac{wL^4}{6EI}$

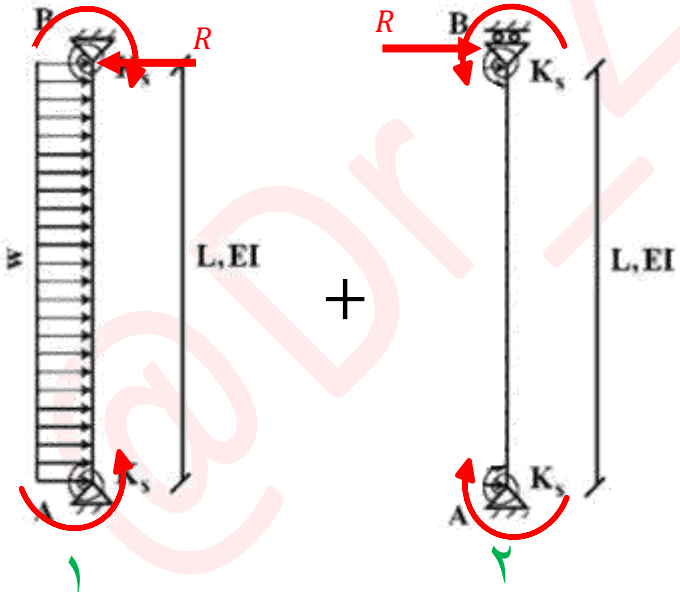
۲) $\frac{wL^4}{8EI}$

۳) $\frac{wL^4}{12EI}$

۴) $\frac{wL^4}{16EI}$

پاسخ سوال ۱۶) **گزینه ۱** **(دشوار)**

از روش باز و بسته کردن گره سازه فوق را به دو سازه زیر تقسیم بندی می‌کنیم که در آن سازه سمت چپ گره B بدون تغییر مکان بوده و تنها سازه سمت راست حرکت دارد همچنین مقدار R برابر است با :



۱ ۲

سازه سمت چپ متقارن است

پس : $R=wL/2$

مقدار M_A با توجه تعادل داریم: $M_A=wL^2/2- M_B$

با توجه به معادله سازگاری دوران در گره B بین تیر و فنر مقدار M_B محاسبه می‌گردد و داریم:

$$\theta^B_{\text{تیر}} = \theta^B_{\text{فنر}} \Rightarrow \frac{\frac{wL}{2}\times L^2}{2EI} + \frac{M_A\left(=\frac{wL^2}{2}-M_B\right)}{k} - \frac{M_B L}{EI} = \frac{M_B}{k} \Rightarrow M_B = \frac{wL^2}{4}$$

در سازه ۲ با توجه به اینکه تغییر مکان در سازه ۱ صفر می‌باشد

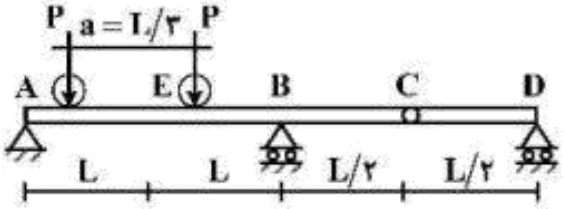
برای محاسبه تغییر مکان در سازه ۲ با توجه به روابط حفظی ۱ و۲ داریم :

$$\delta_B = \frac{\frac{wL}{2}\times L^3}{3EI} + \frac{M_A}{k}\times L - \frac{M_B\times L^2}{2EI} = \frac{wL^3}{6EI}$$

@Dr_Zarfam

سوال ۱۷)

تیر یکنواختی مطابق شکل زیر تحت‌تأثیر دو بار متحرک P که به فاصله a از یکدیگر در حرکت هستند قرار می‌گیرد. بیشینه مقدار لنگر خمشی در مقطع E کدام است؟



۱) $\frac{PL}{۲}$

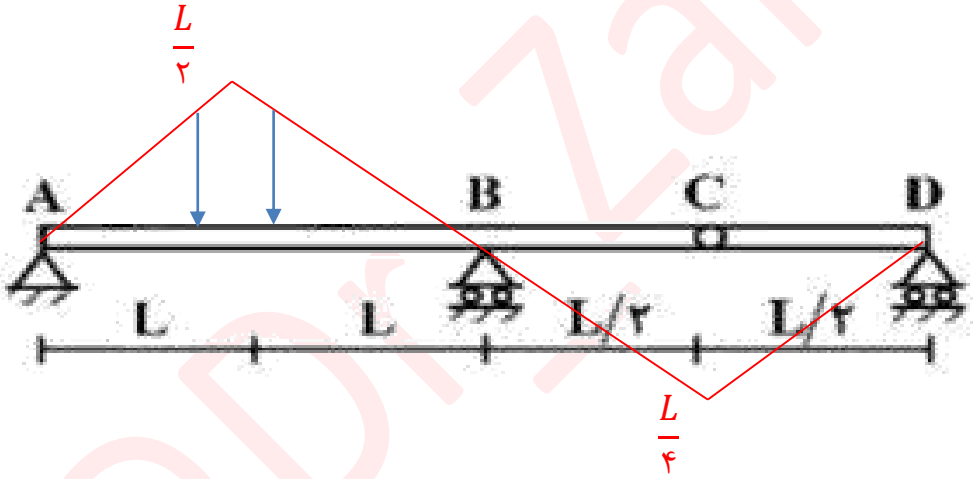
۲) $\frac{۴}{۳}PL$

۳) $\frac{۵}{۳}PL$

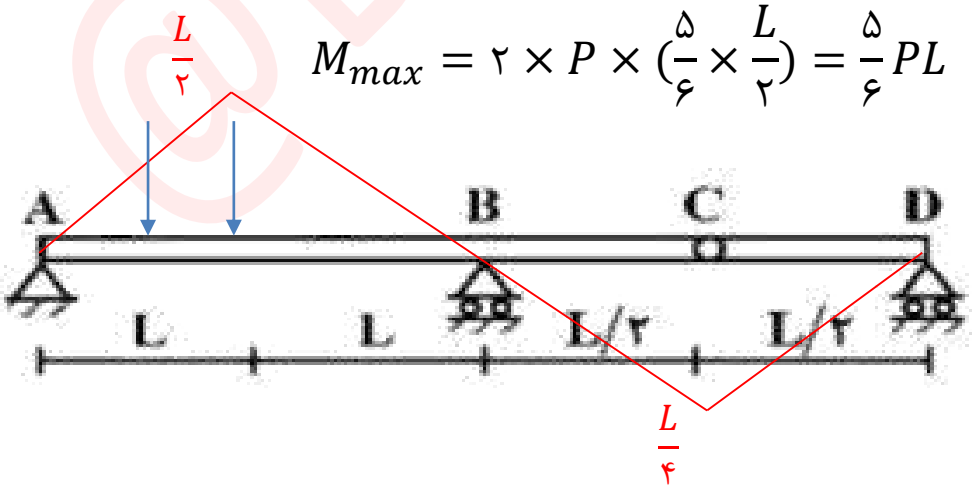
۴) $\frac{۵}{۶}PL$

پاسخ سوال ۱۷) **گزینه ۴ (ساده)**

در دو حالت می‌توان مقدار حداکثر را مقایسه نمود یکی در حالتی که یکی از بار ها در ارتفاع حداکثر قرار گیرد و حالت دیگر برای چیدمام بار مطابق با شکل دوم می‌باشد که در هر دو صورت جواب یکسان خواهد شد.



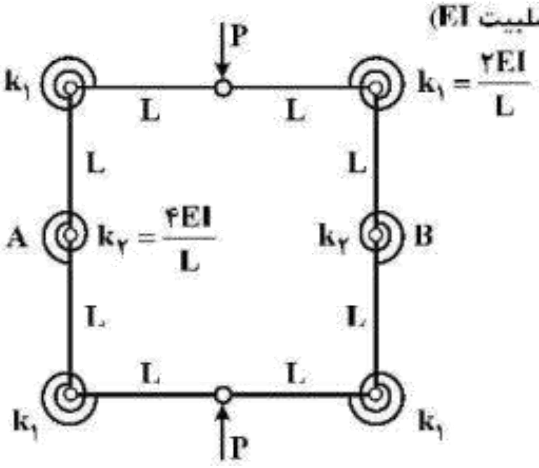
$$M_{max} = ۲ \times P \times (\frac{۵}{۶} \times \frac{L}{۲}) = \frac{۵}{۶}PL$$



$$M_{max} = P \times (\frac{L}{۲}) + P \times (\frac{۲}{۳} \times \frac{L}{۲}) = \frac{۵}{۶}PL$$

سوال ۱۸)

تغییر فاصلهٔ نقاط A و B چقدر است؟ (طول تمام اعضاء L با صلبیت EI)



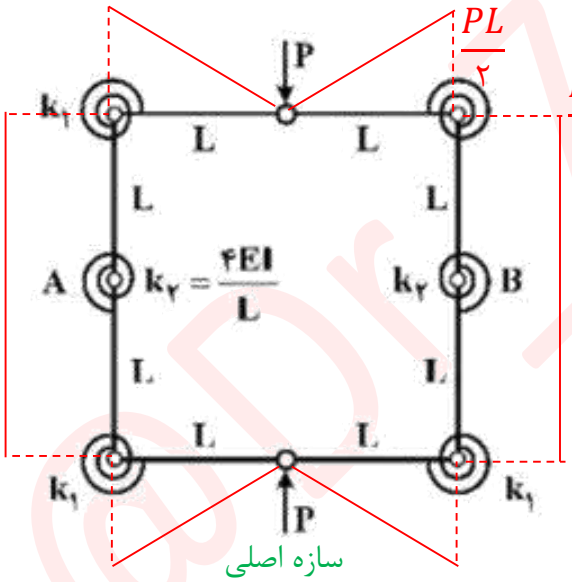
۱) $\frac{۳}{۸}\frac{PL^۳}{EI}$

۲) $\frac{۳}{۱۶}\frac{PL^۳}{EI}$

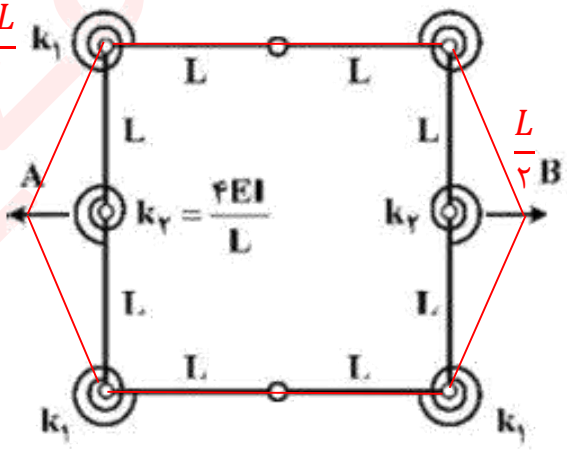
۳) $\frac{۵}{۸}\frac{PL^۳}{EI}$

۴) $\frac{۵}{۱۶}\frac{PL^۳}{EI}$

پاسخ سوال ۱۸) **گزینه ۳** **(متوسط)**



سازه اصلی



سازه واحد

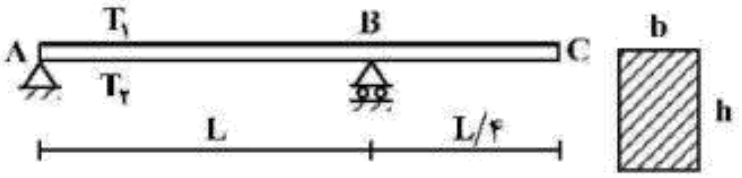
مطابق با کار مجازی خواهیم داشت :

$$۱ \times \delta_{A,B} = \sum \int \frac{M(x)m(x)dx}{EI} + \sum \frac{Mm}{K_\theta} = \frac{۴ \times \left(\frac{L}{۲} \times L \times \frac{۱}{۲}\right)\left(\frac{PL}{۲}\right)}{EI} + ۲ \times \frac{\frac{L}{۲} \times \frac{PL}{۲}}{\frac{۴EI}{L}}$$

$$\Rightarrow \delta_{A,B} = \frac{۵}{۸}\frac{PL^۳}{EI}$$

سوال ۱۹)

تیری مطابق شکل تحت‌تأثیر تغییرات دمای محیط قرار دارد. اگر عرض مقطع تیر b و ارتفاع مقطع h باشد و دمای بالا و پایین تیر به‌ترتیب T_1 و T_2 در نظر گرفته شود $(T_2 > T_1)$ تغییر مکان نقطهٔ C از تیر در اثر تغییرات دما کدام است؟ (ضریب انبساط حرارتی را α در نظر بگیرید.)



۱) $\frac{۵}{۳۲h}\alpha L^۲(T_۲ - T_۱)\downarrow$

۲) $\frac{۵}{۱۶h}\alpha L^۲(T_۲ - T_۱)\uparrow$

۳) $\frac{۵}{۱۶h}\alpha L^۲(T_۲ - T_۱)\downarrow$

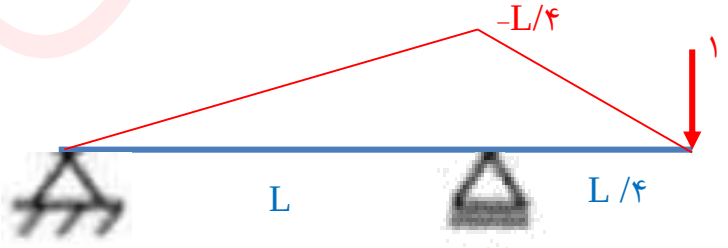
۴) $\frac{۵}{۸h}\alpha L^۲(T_۲ - T_۱)\uparrow$

پاسخ سوال ۱۹) **گزینه ۱** **(متوسط)**

مطابق با رابطه کار مجازی داریم:

$$۱ \times \delta_{v_c} = \int m\alpha \frac{(T_۲ - T_۱)}{h} dx = -\frac{۵}{۳۲} L^۲ \alpha \times \frac{T_۲ - T_۱}{h}$$

پس با توجه به منفی شدن رابطه جهت جابجایی رو به بالااست

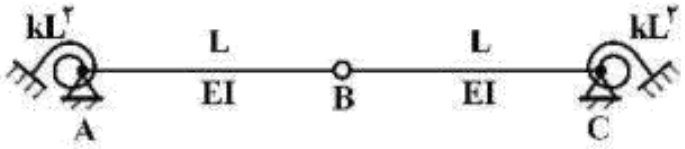


دقت شود که جهت حرکت رو بالا می‌باشد که به اشتباه در گزینه۱ رو به پایین نمایش داده شده است

@Dr_Zarfam

سوال ۲۰)

مساحت زیر نمودار خط تأثیر لنگر فنر دورانی A کدام است؟ (سختی فنرهای دورانی برابر kL^2 می‌باشد)



۱) $\frac{L^2}{4}$

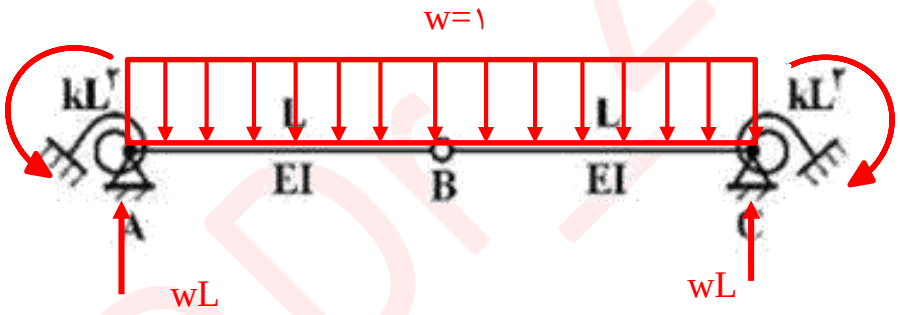
۲) $\frac{L^2}{2}$

۳) L^2

۴) $2L^2$

پاسخ سوال ۲۰) **گزینه ۲** **(متوسط)**

با قرار دادن بار گسترده واحد در کل تیر لنگر گره A برابر با سطح زیر نمودار خط تاثیر آن بوده و برابر است با :



با نوشتن تعادل لنگر در سمت چپ مفصل خمشی B داریم :

$$M_A = wL \times L - wL \times \frac{L}{2} = 1L \times L - 1L \times \frac{L}{2} = \frac{L^2}{2}$$

@Dr_Zarfam